2017-02-26



Maple V r4/2017

Vincent ISOZ

v0.2 | ISOZ Vincent

Le but de ce document est seulement de compiler tous les codes Maple V R4 se trouvant sur le site **Sciences.ch** par Section et par chapitre. Si vous souhaitez participer à améliorer ce même site web en complétant le contenu théorique avec des exemples que vous avez, n'hésitez pas à me les communiquer à l'adresse isoz@sciences.ch.

Maple est de mon point de vue une sorte de "formulaire du physicien/ingénieur et mathématicien du 21ème siècle" visuel. Effectivement, il permet rapidement de retrouver ou vérifier des résultats classiques sans devoir se déplacer à la BU ou longuement chercher sur Internet si nous souvenirs sont justes.

Table des matières

Bibliographie **3**
Configuration **4**
Section Arithmétique **5**
Chapitre: Nombres 5
Chapitre: Statistiques 7
Section: Algèbre **11**
Chapitre: Calcul Algébrique 11
Chapitre: Analyse fonctionnelle 13
Chapitre: Calcul Vectoriel 14
Chapitre: Algèbre Linéaire 18
Chapitre: Suites Et Séries 22
Chapitre: Calcul Différentiel Et Intégral 30
Chapitre: Calcul Tensoriel 32
Section: Analyse **39**
Chapitre: Analyse fonctionnelle 39
Chapitre: Analyse complexe 44
Section: Géométrie **53**
Chapitre: Géométrie Analytique 53
Chapitre: Géométrie Différentielle 62
Chapitre: Géométrie Euclidienne 63
Chapitre: Trigonométrie 64
Section: Mécanique **66**
Chapitre: Mécanique Analytique 66
Chapitre: Mécanique Classique 67
Chapitre: Mécanique Ondulatoire 69
Chapitre: Mécanique Statistique 74
Section: Électromagnétisme **80**
Chapitre: Électrostatique 80
Chapitre: Électrodynamique 81
Chapitre: Optique Ondulatoire 83
Diffraction de Fraunhofer 83
Diffraction de Fresnel 88
Section: Physique Atomique **93**
Chapitre: Physique Quantique Ondulatoire 93
Chapitre: Physique Quantique Relativiste 94
Section: Cosmologie **97**

Chapitre: Astronomie ... 97
Chapitre: Cosmologie ... 103
Chapitre: Théorie des cordes ... 107
Section: Chimie ... 108
Chapitre: Chimie Quantique ... 108
Section: Informatique Théorique ... 111
Chapitre: Méthodes Numériques ... 111
Chapitre: Fractales ... 115
Chapitre: Cryptographie ... 130
Section: Mathématiques Sociales ... 131
Chapitre: Dynamique des populations ... 131
Chapitre: Économie ... 133
Section: Ingénierie ... 135
Chapitre: Génie Civil ... 135
Chapitre: Génie Industriel ... 136
Chapitre: Génie Météo ... 138

Bibliographie

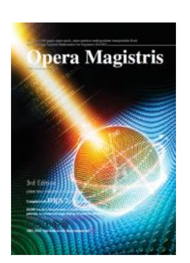
Voici la liste de livres d'une qualité pédagogique et de rigueur extraordinaires que j'ai eu la chance d'avoir entre les mains et dont je recommande l'acquisition. J'en ai lu beaucoup d'autres mais qui sont tellement mauvais qu'ils ne valent pas la peine d'être mentionnés:

Le lecteur aura donc compris que je recommande très fortement de compléter la lecture du présent e-book (non exhaustif sur le domaine de la gestion de projets) par la liste de lecture ci-dessous.



Éléments de mathématiques appliquées / ~4'900 pages / Éditions Sciences.ch / Vincent ISOZ / 3ème édition
ISBN: 978283999327

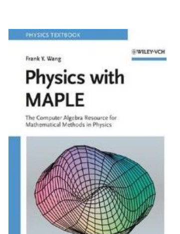
Commentaire: Livre rédigé par les soins de votre serviteur... Il contient les démonstrations mathématiques détaillées de tous les outils présentés dans ce présent support et pas que...



Opera Magistris / 5'576 pages / Editions Sciences.ch / Vincent ISOZ / 3rd édition
ISBN: 978283999327

Commentaire: Équivalent du livre en français ci-dessus mais en anglais, bien plus complet et de qualité graphique considérablement meilleure!

Attention!!! Pendant les séminaires et conférences de moins ou égal à 3 jours je prends oralement et délibérément des raccourcis théoriques dangereux voire parfois partiellement faux délibérément à cause du manque de temps pour aller dans les détails.

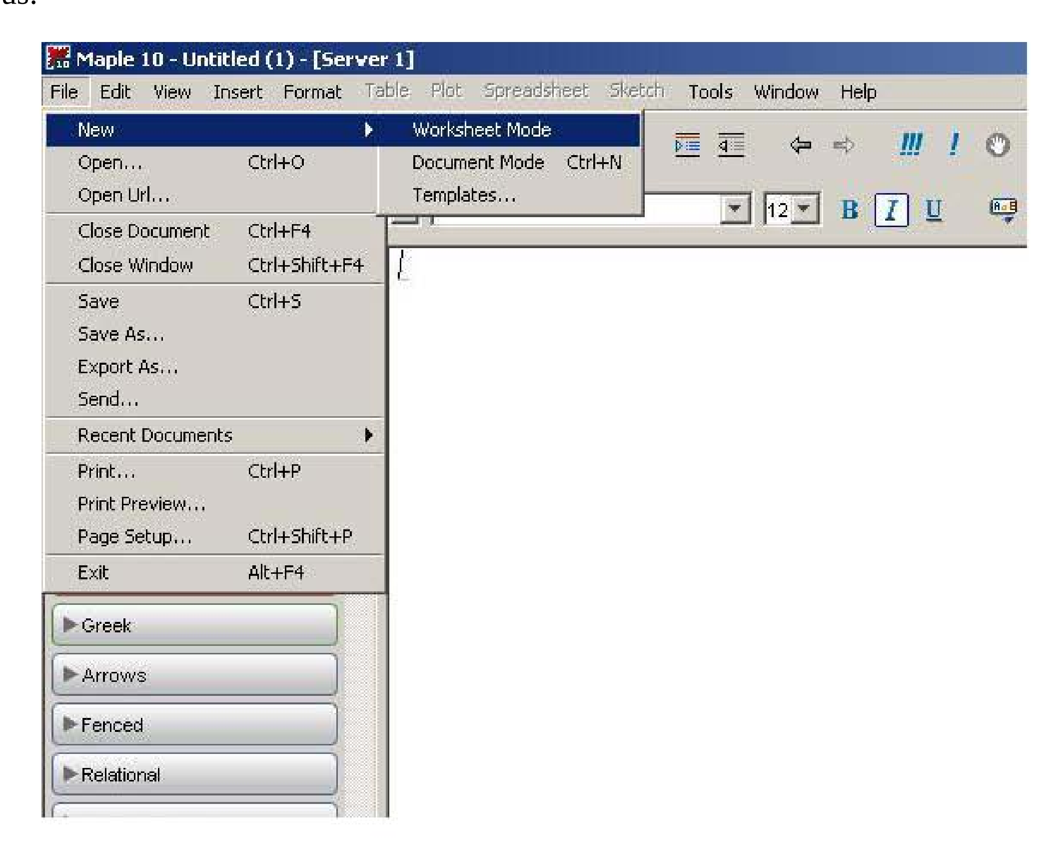


Physics with Maple / ~610 pages / Éditions Wiley & Sons / Frank Y Wang
ISBN: 3527406409

Commentaire: À ce jour l'ouvrage le plus intéressant et de la meilleure qualité pédagogique que j'ai pu avoir entre mes mains sur Maple. Un certain nombre d'application du présent support y sont directement inspirés.

Configuration

Les versions "récentes" de Maple ont par défaut une interface assez détestable. Nous recommandons au lecteur de passer directement en mode feuille de donnée comme indiqué ci-dessous:



Section Arithmétique

Chapitre: Nombres

Petit calcul avec les nombres complexes (vérification d'un des vecteurs de construction du spineur est bien de norme unitaire):

Maple V Release 4 - [Untitled (1)]

File Edit View Insert Format Options Window Help

```
> assume(a,'complex');assume(b,'complex');
> simplify(0.25*(a^2+conjugate(a)^2-b^2-conjugate(b)^2)^2-0.25*(a^2-conjugate(a)^2+b^2-conjugate(b)^2)^2);
```

$$|a\sim|^4 - 1.\, a\sim^2\, b\sim^2 - 1.\, \overline{a\sim}^2\, \overline{b\sim}^2 + |b\sim|^4$$

```
> simplify(0.25*(a^2+conjugate(a)^2-b^2-conjugate(b)^2)^2-0.25*(a^2-conjugate(a)^2+b^2-conjugate(b)^2)^2+(a*b+conjugate(a)*conjugate(b))^2);
```

$$|a\sim|^4 + |b\sim|^4 + 2.\, |a\sim|^2\, |b\sim|^2$$

```
> psi:=exp(I*beta)*cos(alpha);phi:=exp(I*gamma)*sin(alpha);
>
>
```

$$\psi := \mathbf{e}^{(I\,\beta\sim)}\cos(\alpha)$$

$$\phi := \mathbf{e}^{(I\,\gamma)}\sin(\alpha)$$

```
>
> simplify((abs(psi))^4+(abs(phi))^4+2*(abs(psi)^2)*(abs(phi)^2));
```

$$|\cos(\alpha)|^4 + |\sin(\alpha)|^4 + 2\,|\cos(\alpha)|^2\,|\sin(\alpha)|^2$$

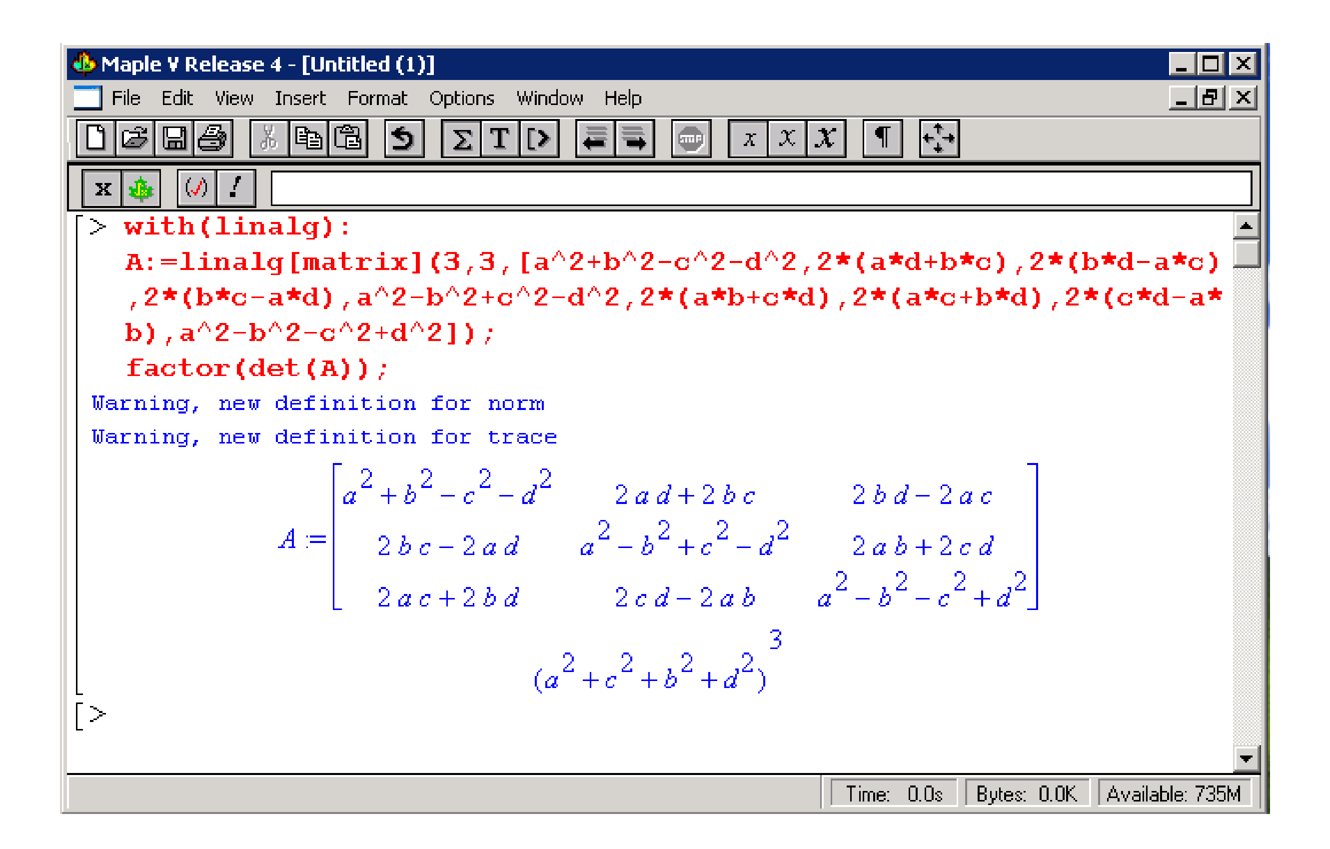
```
> |
```

Time: 1.4s | Bytes: 2.06M | Available: 208M

Vérification que l'application *A* qui est l'opérateur de conjugaison d'un quaternion:

$$\begin{bmatrix} a^2+b^2-c^2-d^2 & 2(ad+bc) & 2(bd-ac) \\ 2(bc-ad) & a^2-b^2+c^2-d^2 & 2(ab+cd) \\ 2(ac+bd) & 2(cd-ab) & a^2-b^2-c^2+d^2 \end{bmatrix}$$

devait être de déterminant 1 pour que nous ayons une rotation.


Maple V Release 4 - [Untitled (1)]
File Edit View Insert Format Options Window Help
> with(linalg):
A:=linalg[matrix](3,3,[a^2+b^2-c^2-d^2,2*(a*d+b*c),2*(b*d-a*c),2*(b*c-a*d),a^2-b^2+c^2-d^2,2*(a*b+c*d),2*(a*c+b*d),2*(c*d-a*b),a^2-b^2-c^2+d^2]);
factor(det(A));
Warning, new definition for norm
Warning, new definition for trace
A := [[a^2+b^2-c^2-d^2, 2 a d+2 b c, 2 b d-2 a c], [2 b c-2 a d, a^2-b^2+c^2-d^2, 2 a b+2 c d], [2 a c+2 b d, 2 c d-2 a b, a^2-b^2-c^2+d^2]]
(a^2+c^2+b^2+d^2)^3
Time: 0.0s
Bytes: 0.0K
Available: 735M

Chapitre: Statistiques

Calcul du taux défection assuré en % selon une loi Normale centrée réduite pour un nombre de sigma donnés et ensuite le taux de défection en parties par million:

Maple V Release 4 - [Untitled (1)]

```
> sigma:=1;
```

$$\sigma := 1$$

```
> S:=evalf(int(1/sqrt(2*Pi)*exp(-x^2/2),x=-sigma..sigma));
```

$$S := .6826894920$$

```
> (1-S)*1E6;
```

$$317310.5080$$

```
>
```

Time: 1.7s | Bytes: 832K | Available: 793M

Plot d'une fonction de distribution bivariée Normale:

Maple V Release 4 - [Untitled (1)]

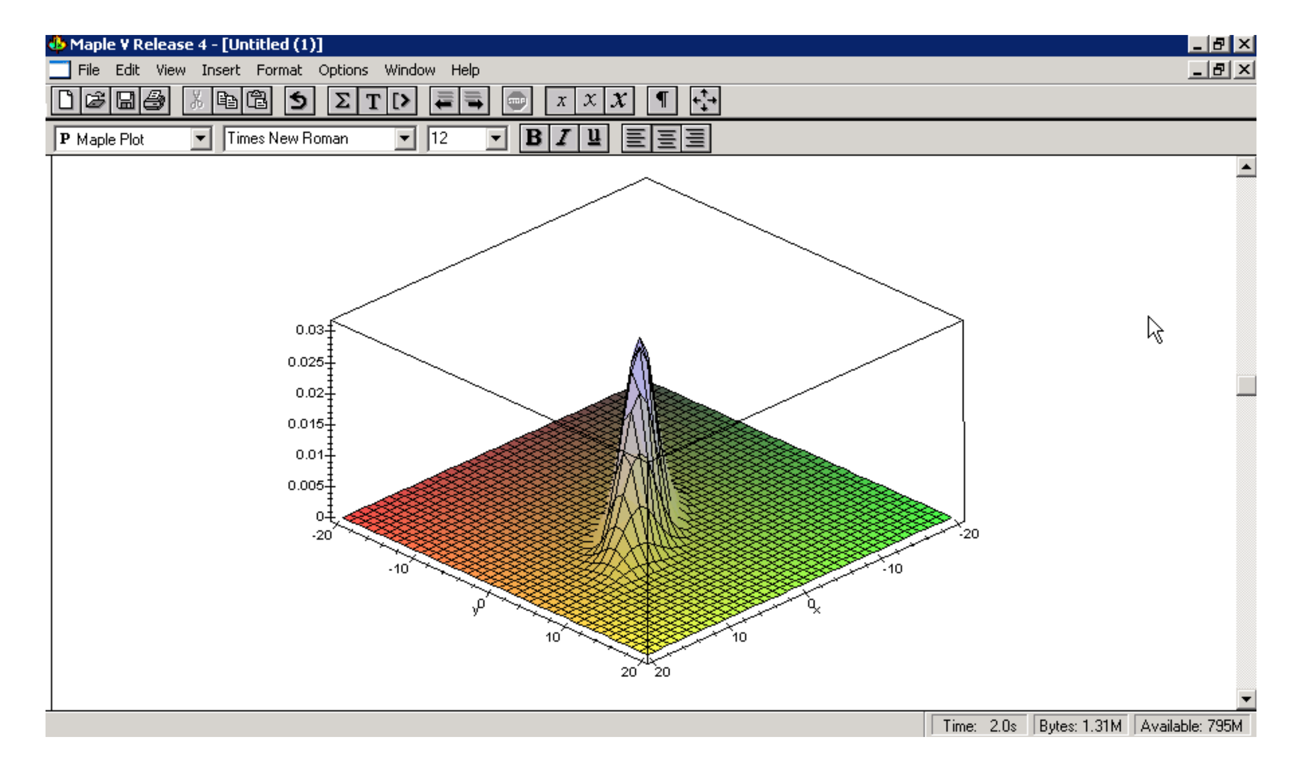
```
> f:=(x,y,rho,mu1,mu2,sigma1,sigma2)->(1/(2*Pi*sqrt(sigma1^2*sigma2^2*(1-rho^2))))*exp((-1/(2*(1-rho^2)))*(((x-mu1)/sigma1)^2+((y-mu2)/sigma2)^2-2*rho*((x-mu1)/sigma1)*((y-mu2)/sigma2)));
```

$$f := (x, y, \rho, \mu1, \mu2, \sigma1, \sigma2) \rightarrow \frac{1}{2} \frac{e^{\left(-\frac{\frac{(x-\mu1)^2}{\sigma1^2} + \frac{(y-\mu2)^2}{\sigma2^2} - 2\frac{\rho(x-\mu1)(y-\mu2)}{\sigma1\,\sigma2}}{2-2\rho^2}\right)}}{\pi\sqrt{\sigma1^2\,\sigma2^2\,(1-\rho^2)}}$$

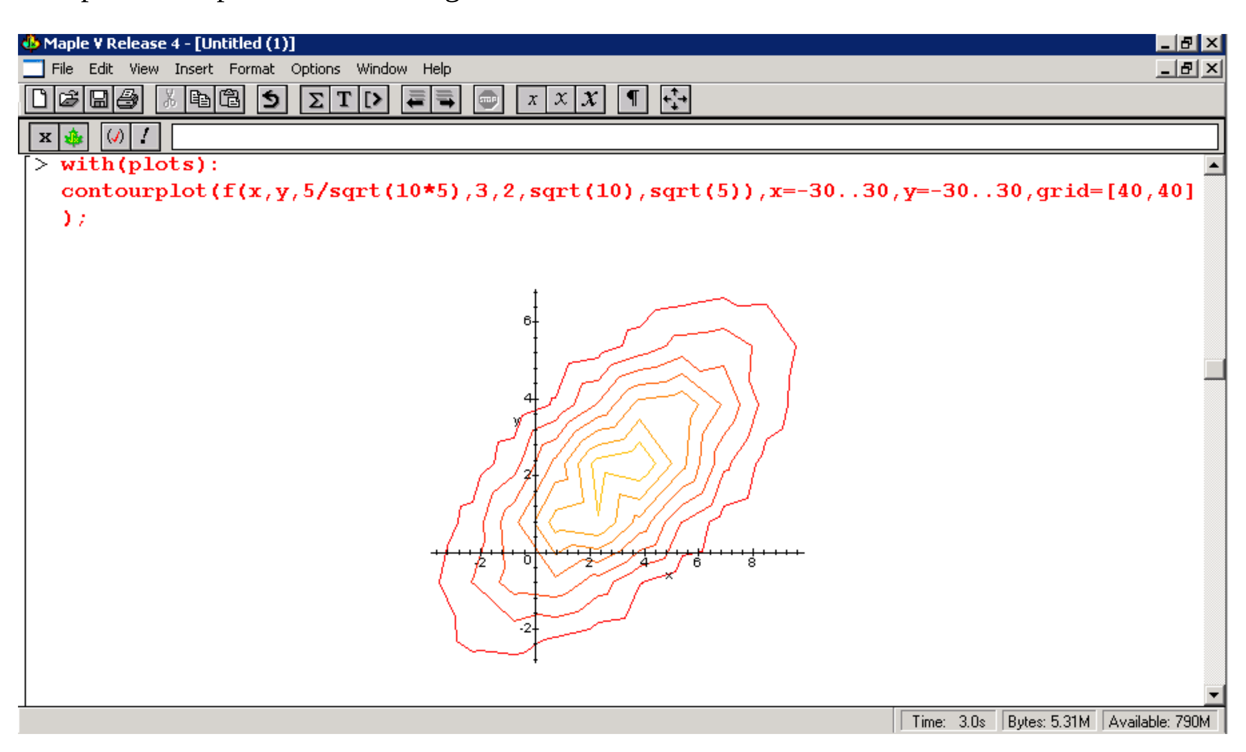
```
> plot3d(f(x,y,5/sqrt(10*5),3,2,sqrt(10),sqrt(5)),x=-20..20,y=-20..20,grid=[40,40]);
>
```

Time: 2.0s | Bytes: 1.31M | Available: 797M

avec comme résultat de sortie:



et le plot correspondant des iso-lignes:



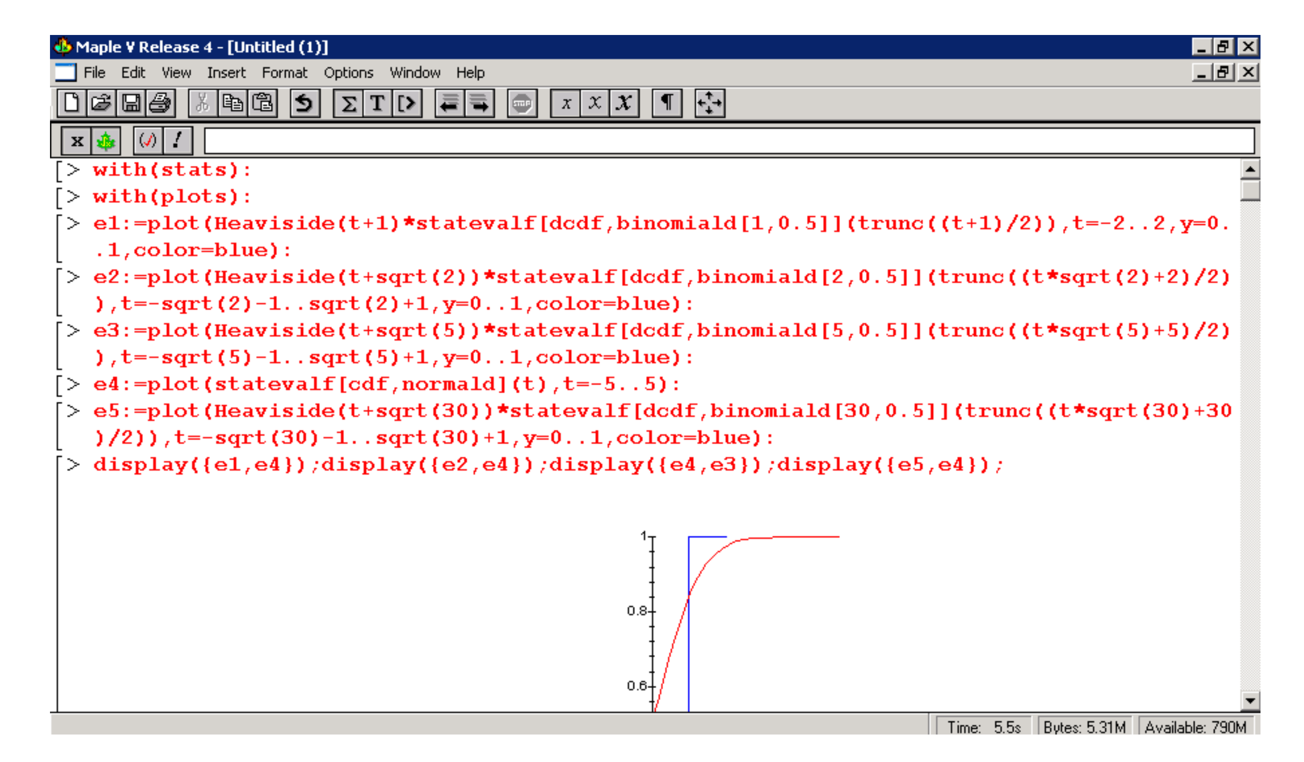
Et pour vérifier qu'il s'agissait bien d'une fonction de densité de probabilité:

```
> int(int(f(x,y,5/sqrt(10*5),3,2,sqrt(10),sqrt(5)),x=-infinity..+infinity),y=-infinity..+infinity);
                                   1
```

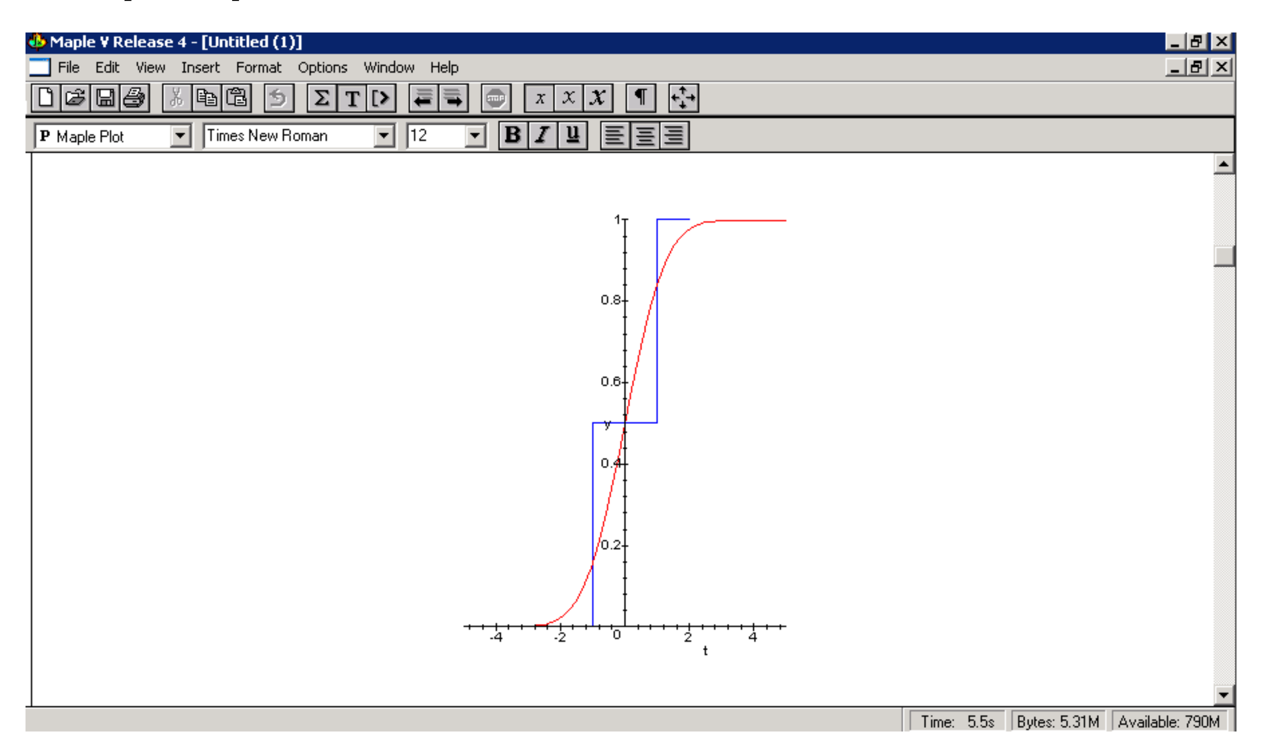
ou pour calculer la probabilité cumulée dans une quadrant du domaine de définition:

```
> evalf(int(int(f(x,y,5/sqrt(10*5),3,2,sqrt(10),sqrt(5)),x=-3..+4),y=-5..+2));
                              .4006597407
```

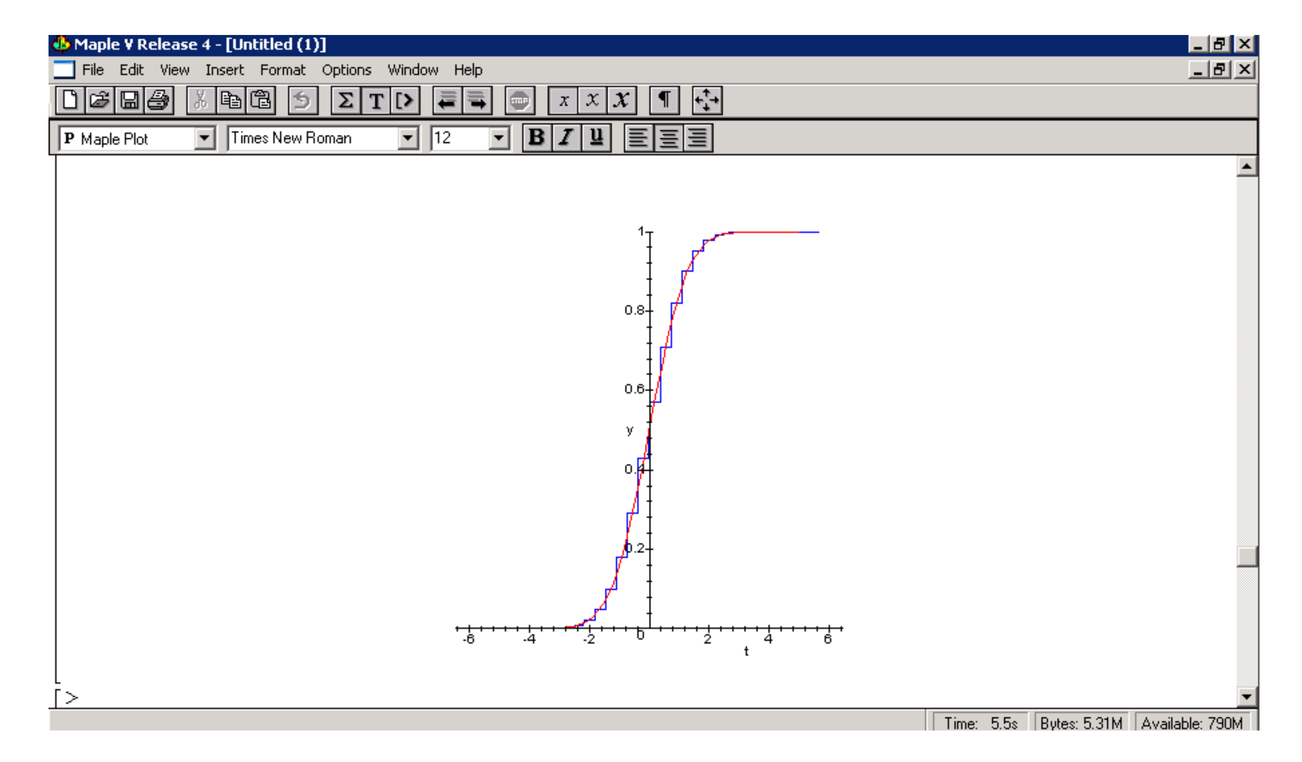
Vérification de la converge de la fonction de répartition binomiale vers la loi Normale:



avec le premier plot en entier:



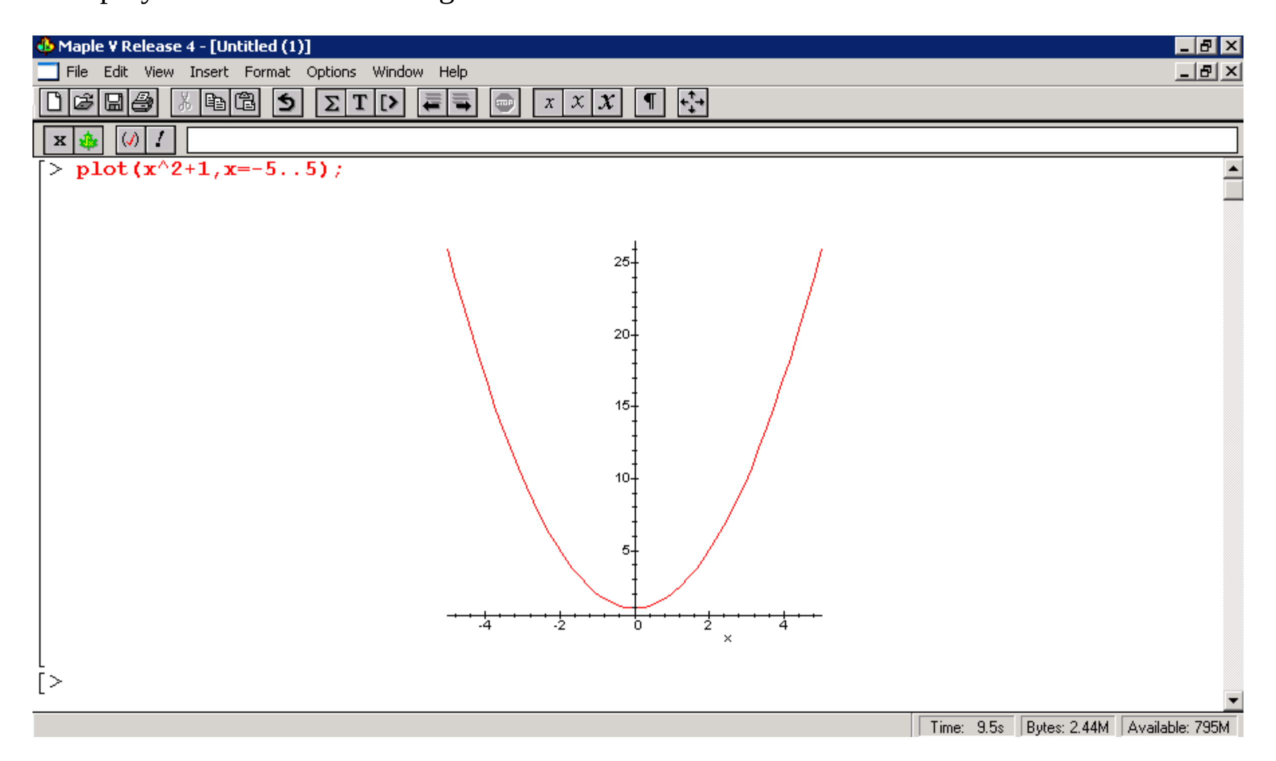
et le dernier plot en entier:



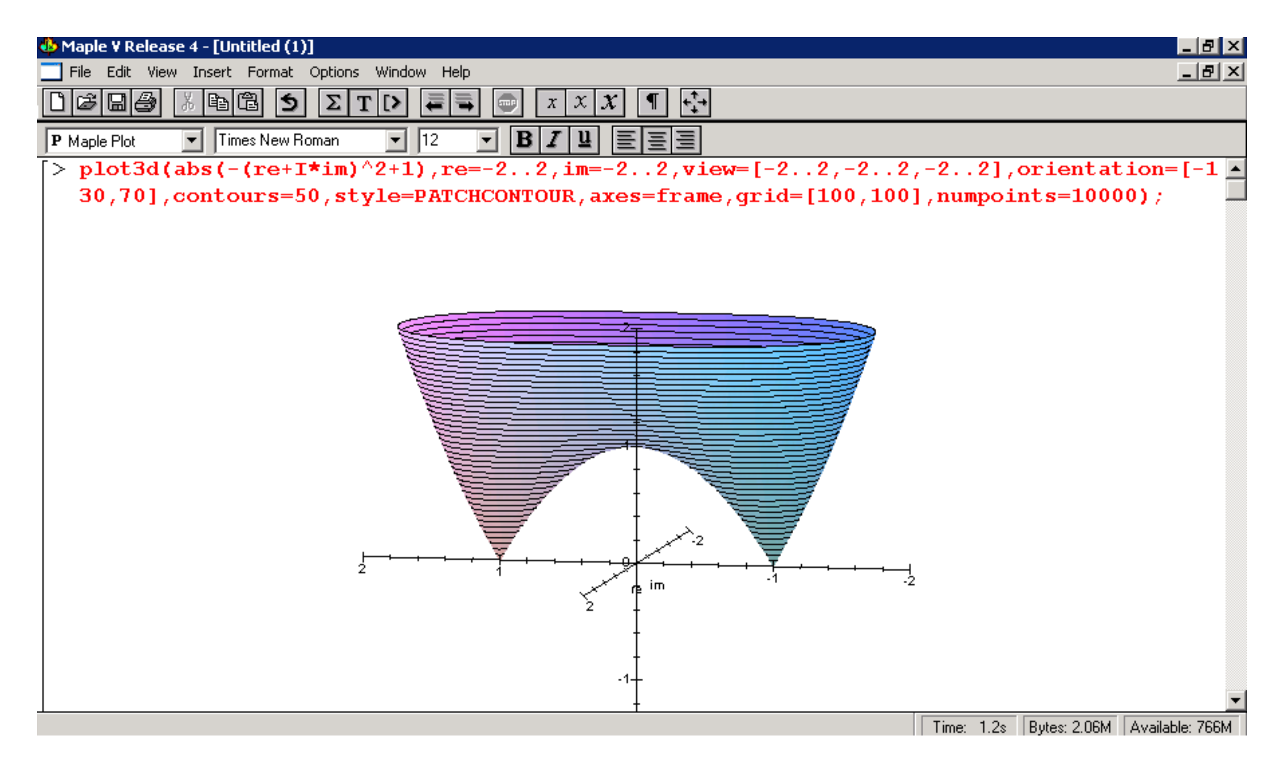
Section: Algèbre

Chapitre: Calcul Algébrique

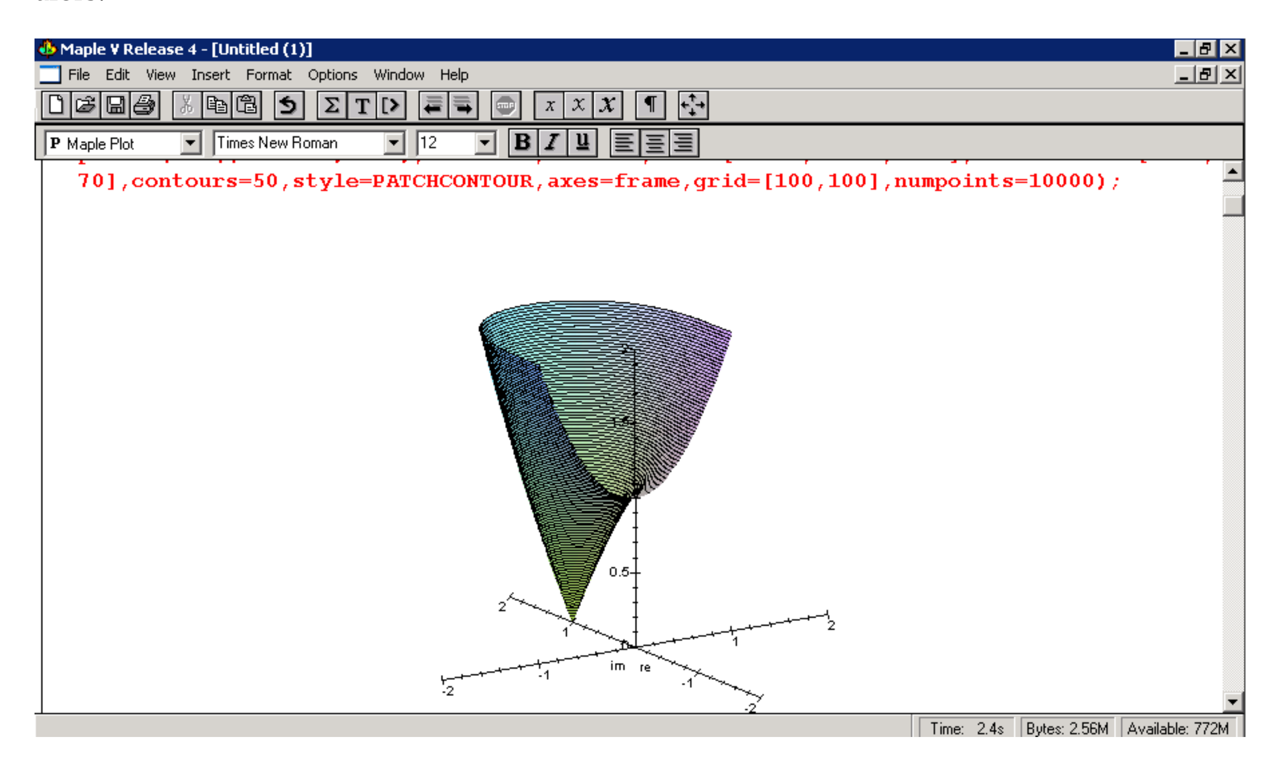
Petit polynôme du deuxième degré:



où nous voyons bien qu'il n'y a aucune solution (zéros) réelle. Alors qu'en nous plaçant dans les complexes, nous avons:



où les deux zéros sont bien visibles sur l'axe imaginaire en -1 et +1. Évidemment quand c'est la première fois que l'on voit une fonction représentée sur une figure en prenant en compte les valeurs complexes on essaie d'y retrouver la parabole correspondante au cas purement réel. Pour cela, il suffit de couper la surface ci-dessus en deux sur l'axe imaginaire et nous avons alors:



Chapitre: Analyse fonctionnelle

Un excellent exemple d'application de l'analyse fonctionnelle qui permet à l'aide d'un simple graphique en un seul coup d'œil de comprendre pourquoi en Suisse la formule du salaire coordonné (en 2013) peut être simplifiée sous la forme donnée dans la documentation officielle:

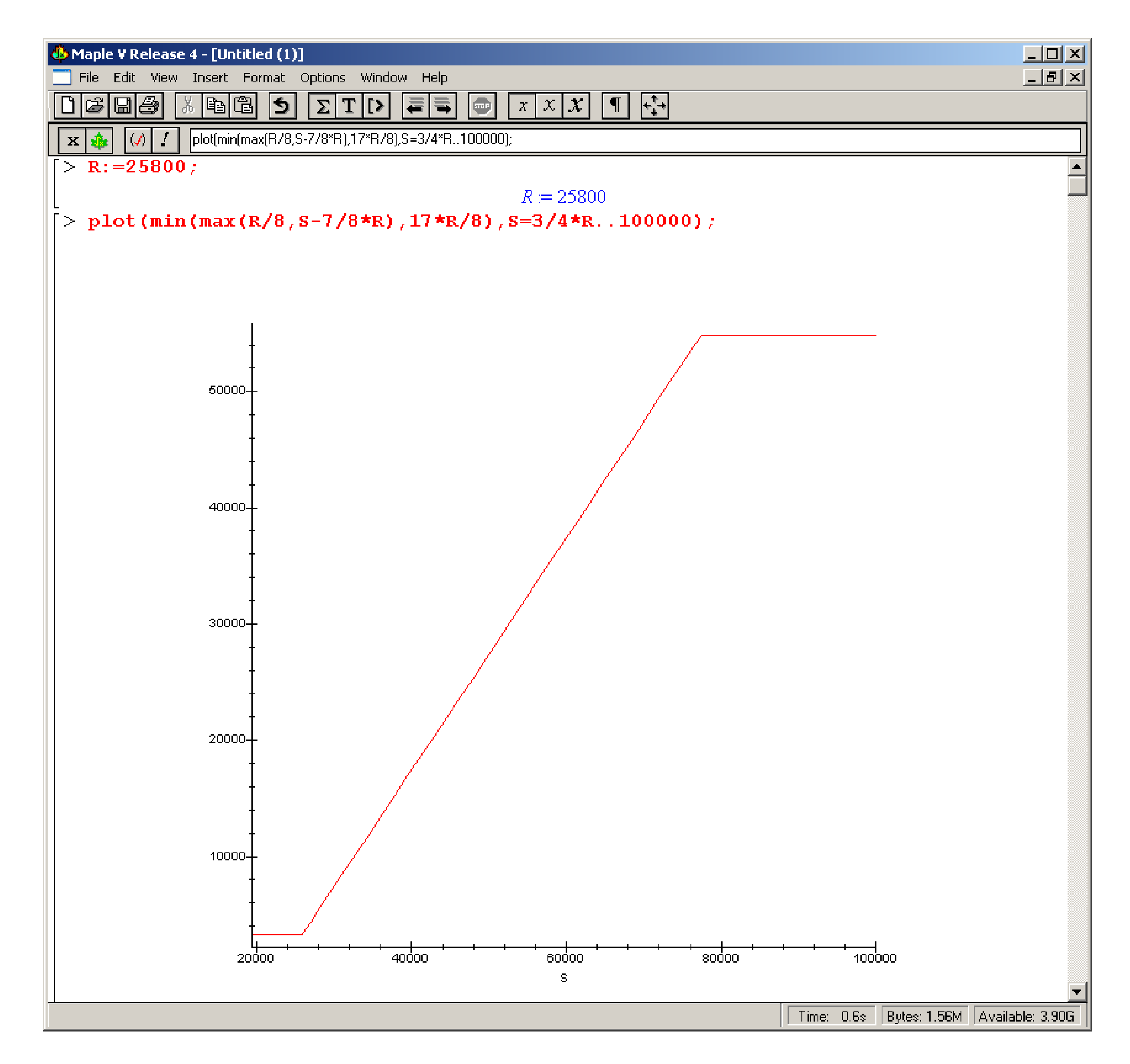
Nouvelle formule du salaire coordonné (SC):

$$SC := \begin{cases} 0 & S < 3R/4 \\ R/8 & 3R/4 \leq S \leq R \\ S - 7R/8 & R < S < 3R \\ 17R/8 & 3R \leq S \end{cases}$$

Ou, exprimé plus brièvement :

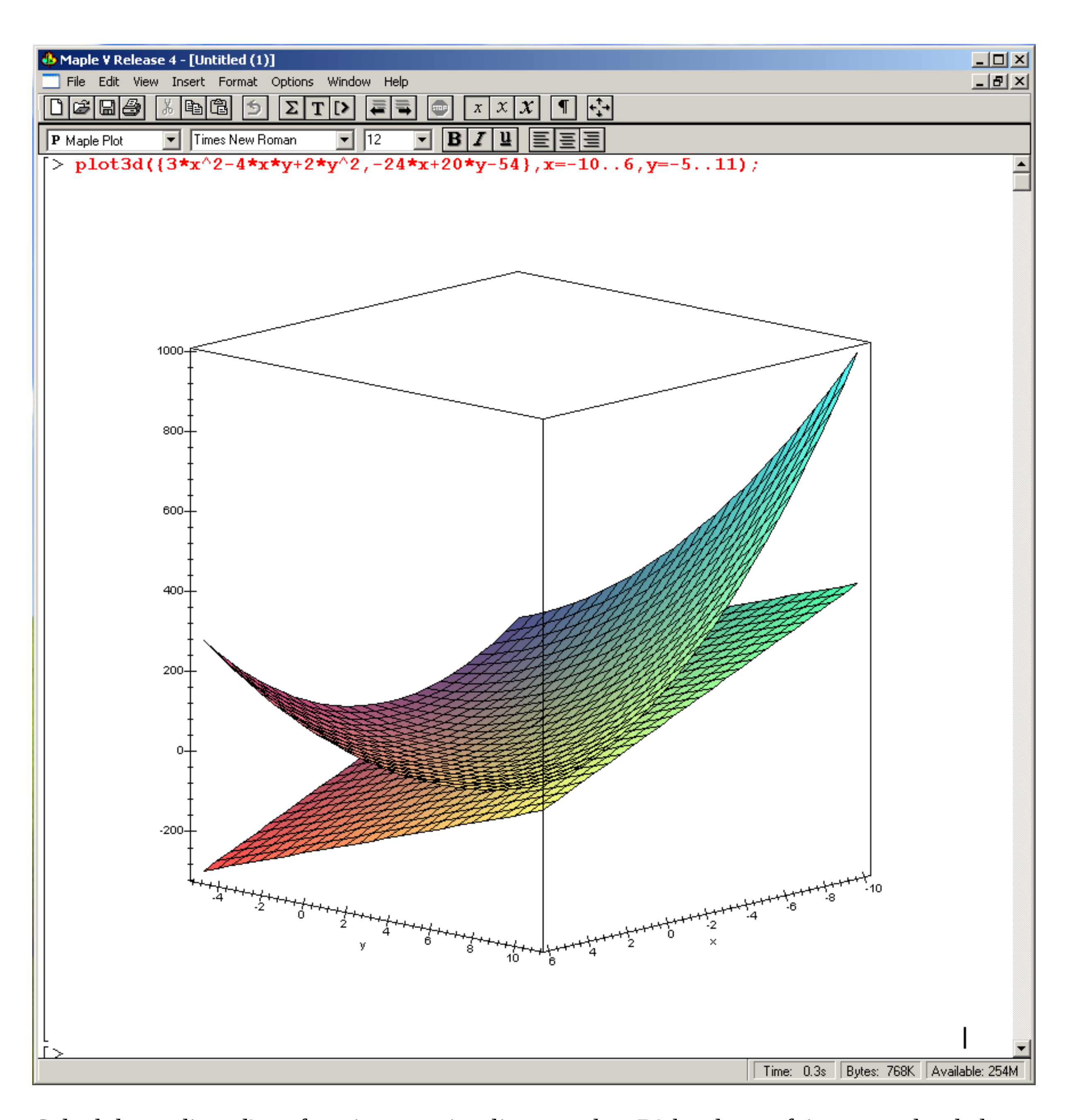
$$SC := \begin{cases} 0 & S < 3R/4 \\ \min\{\max[R/8, S-(7R/8)], 17R/8\} & 3R/4 \leq S \end{cases}$$

Ce qui donne:

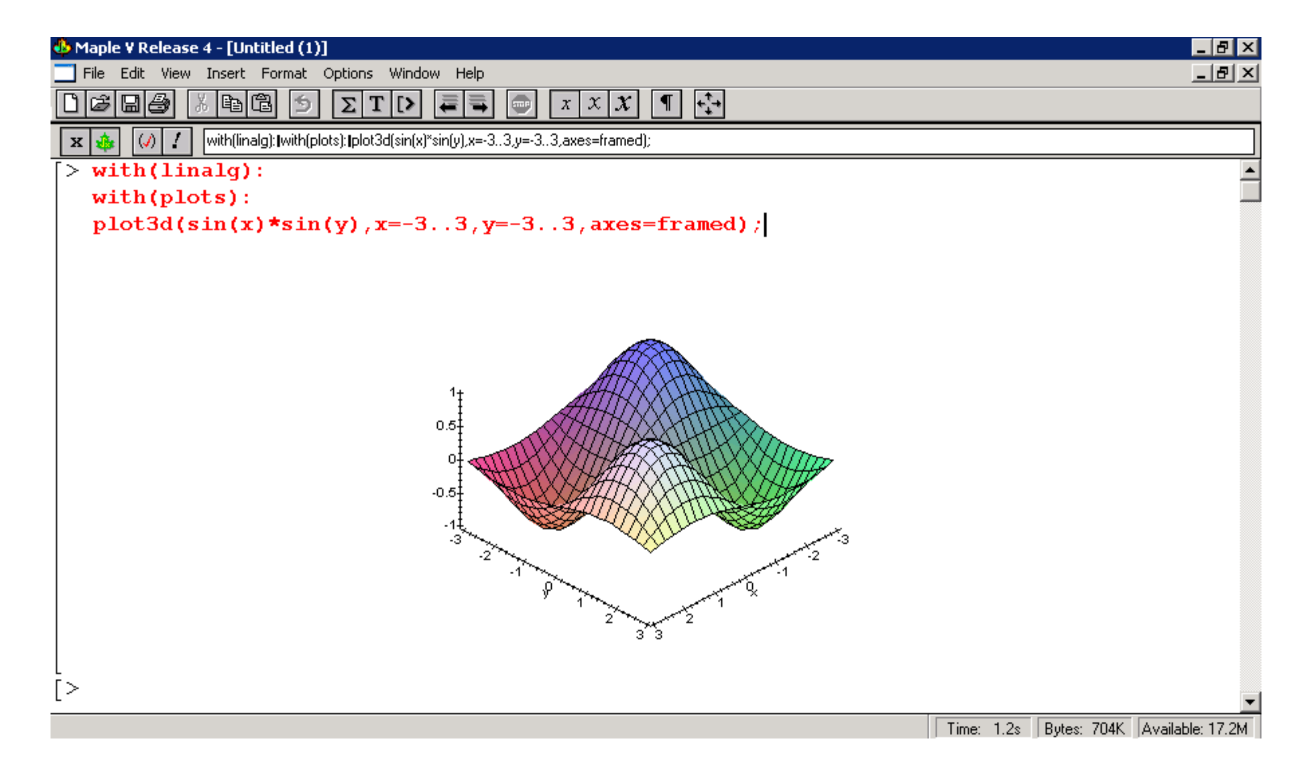


Chapitre: Calcul Vectoriel

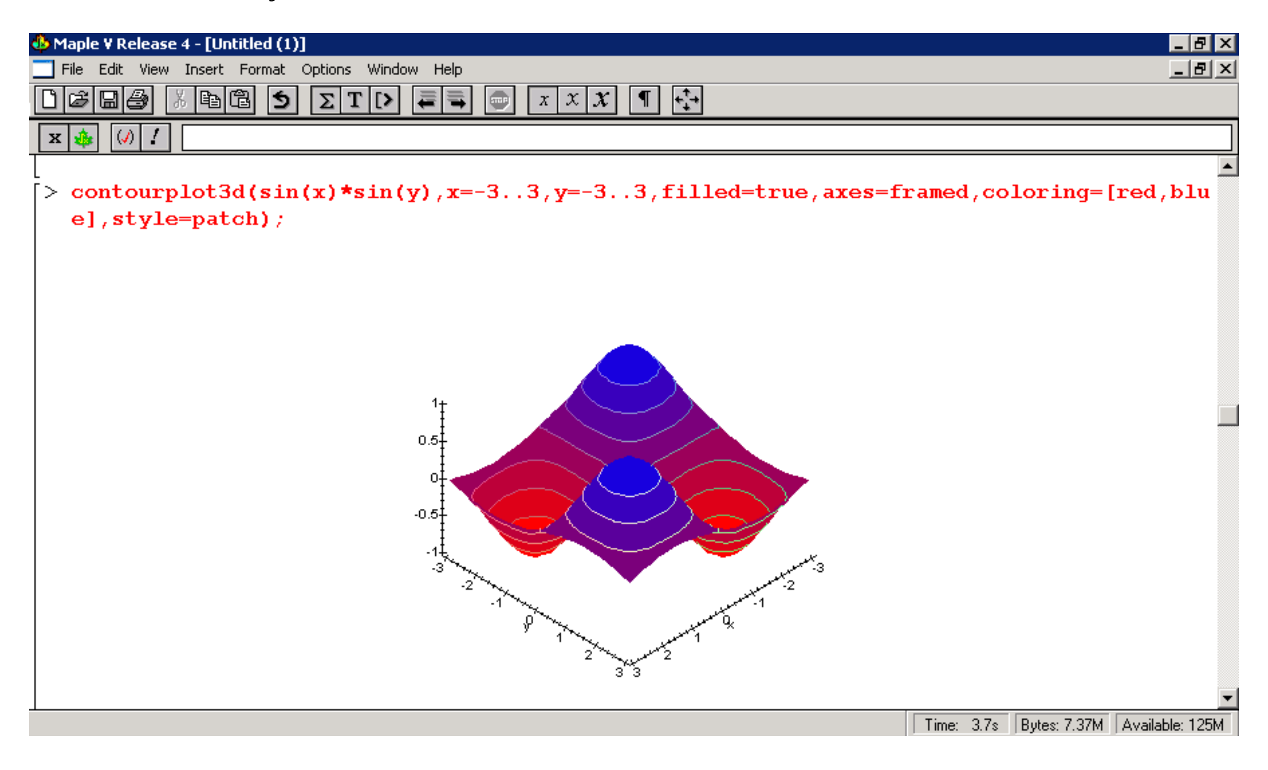
Un plot de la fonction dont nous cherchons le gradient en un point et la direction du maximum de variation:



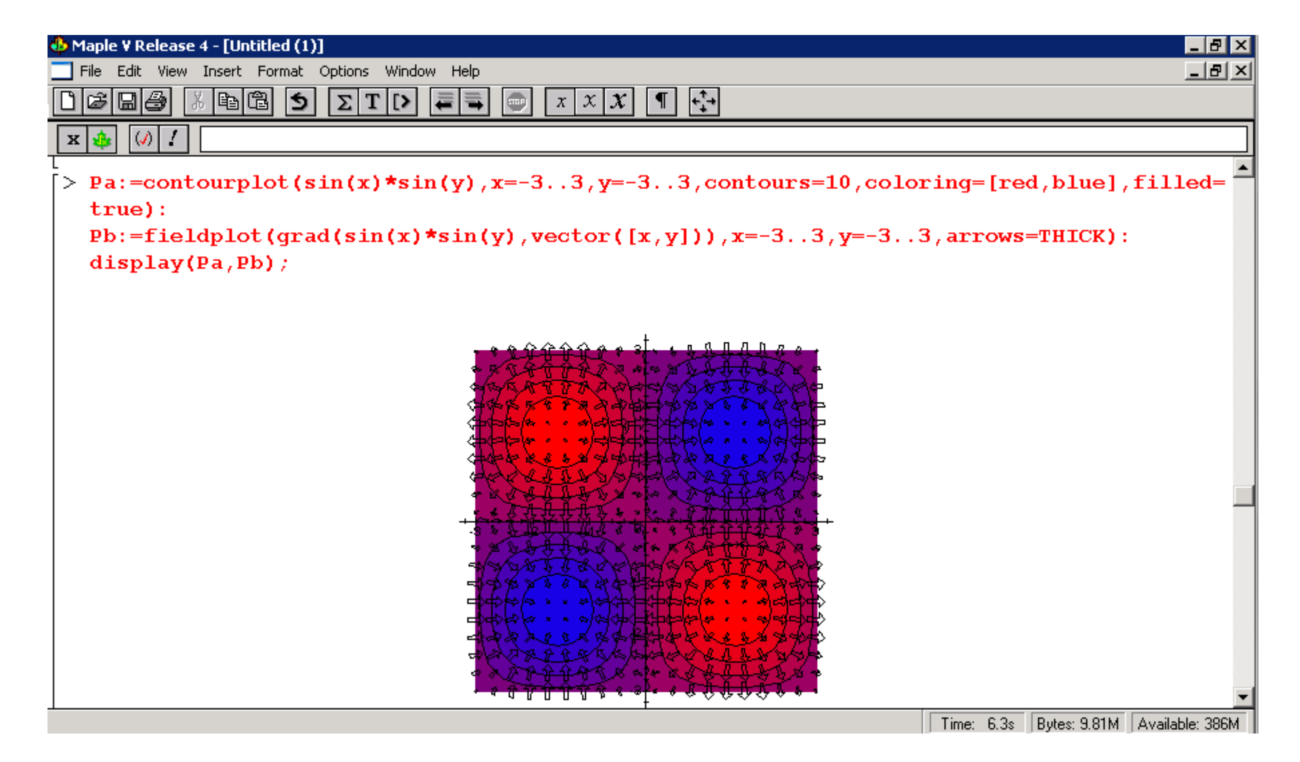
Calcul du gradient d'une fonction avec isoclines en plus. D'abord nous faisons un plot de la fonction:



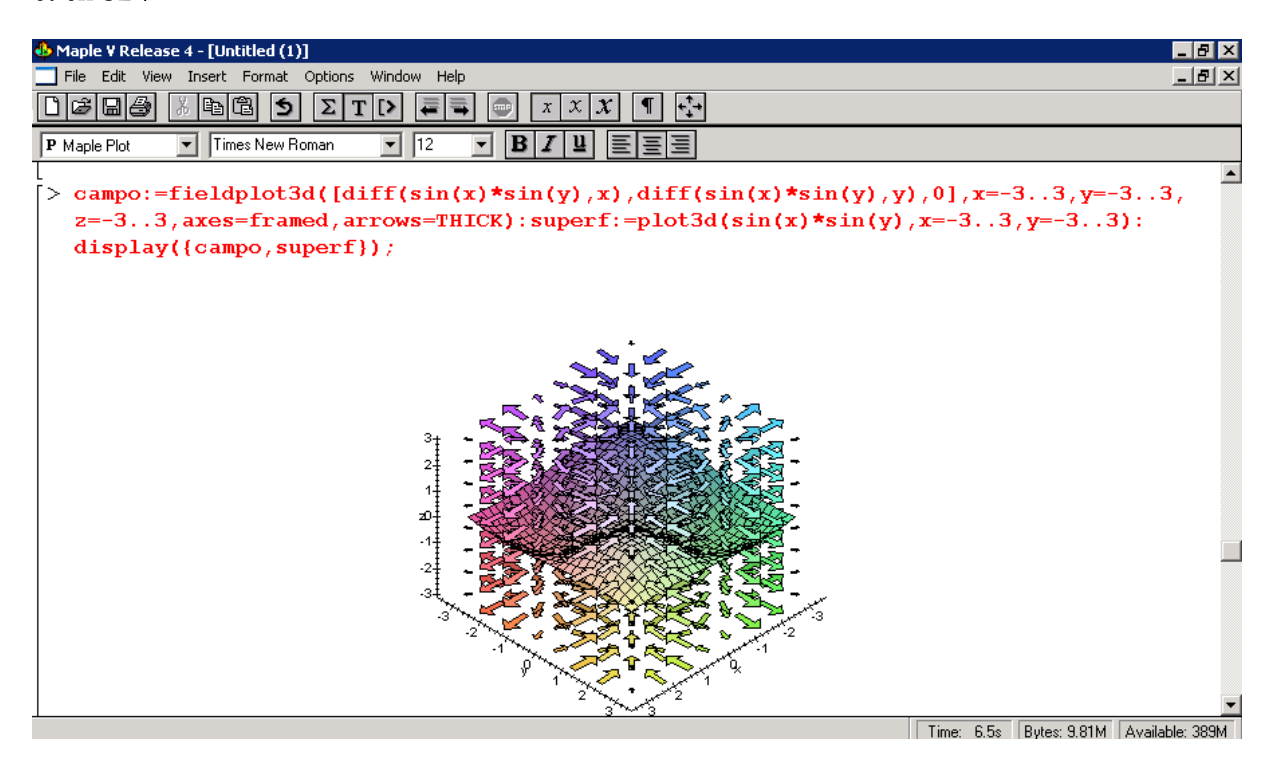
Pour le fun, nous ajoutons les isoclines:



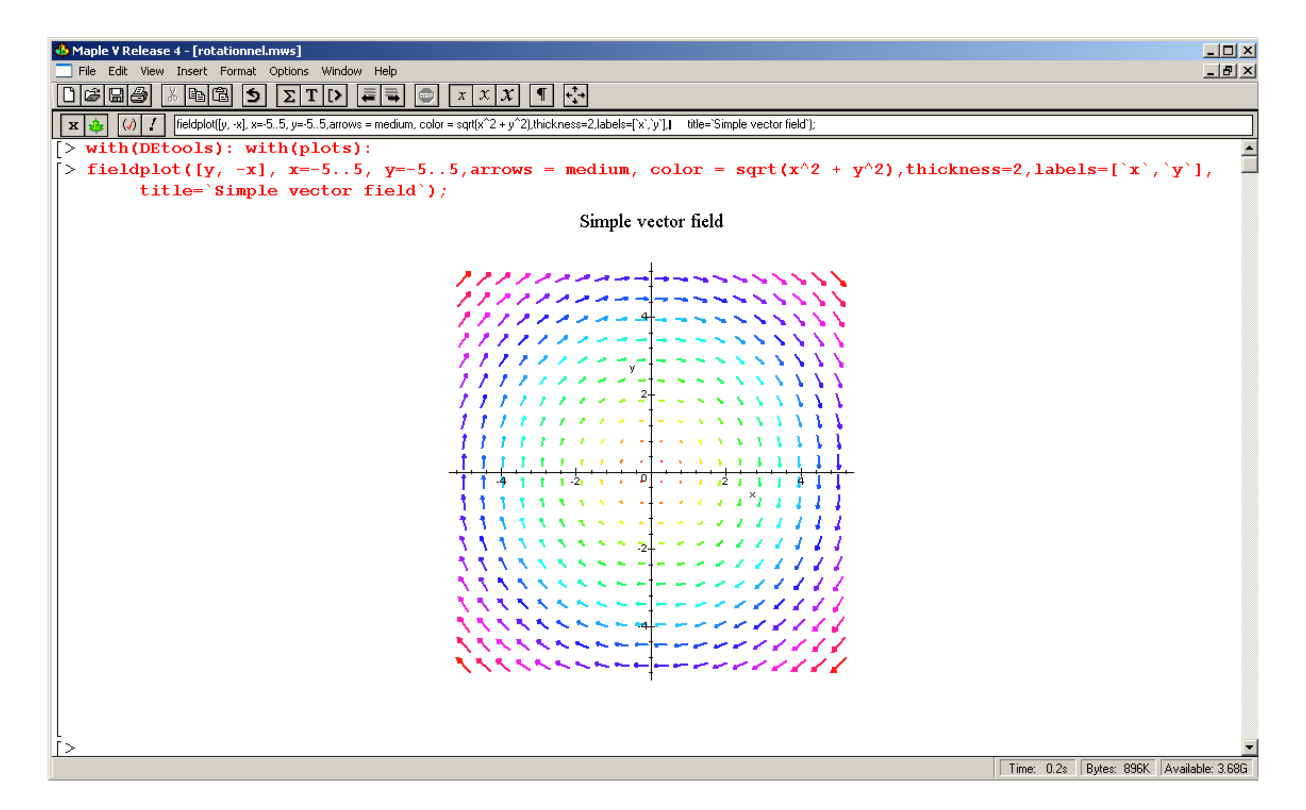
Et nous affichons la projection du gradient sur le plan X, Y:



et en 3D:

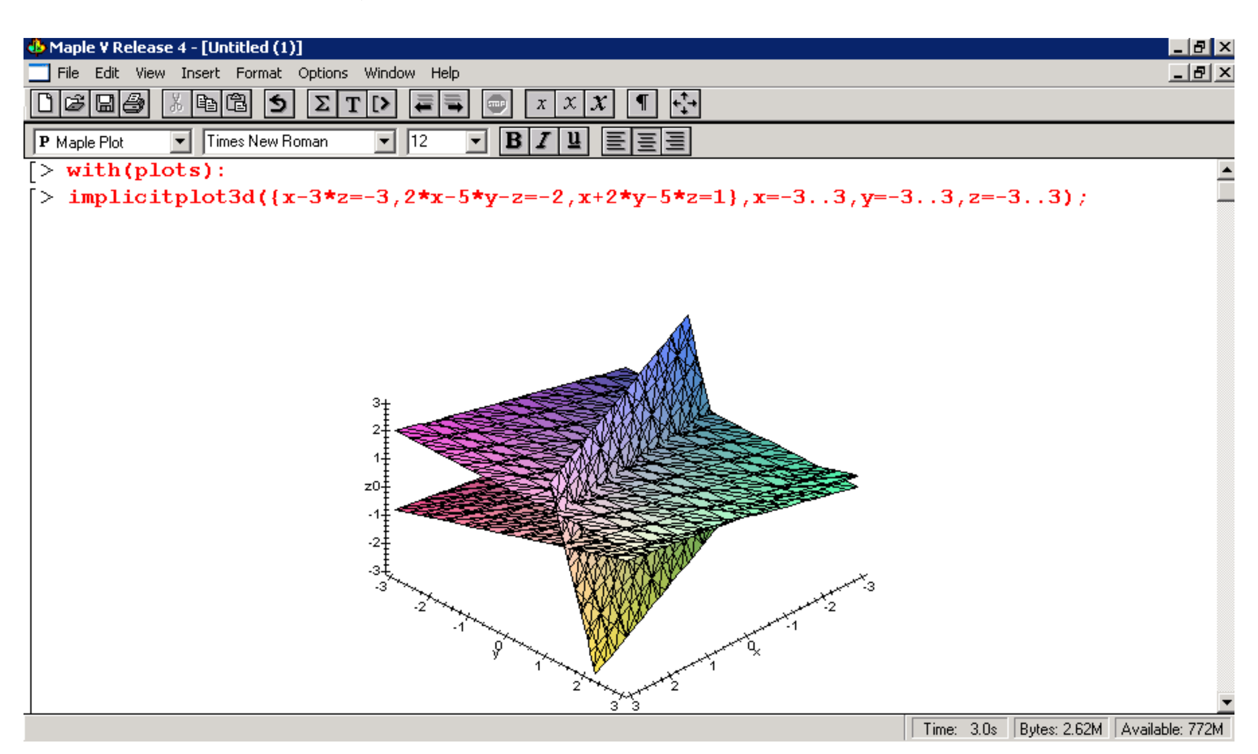


Représentation d'un champ vectoriel:

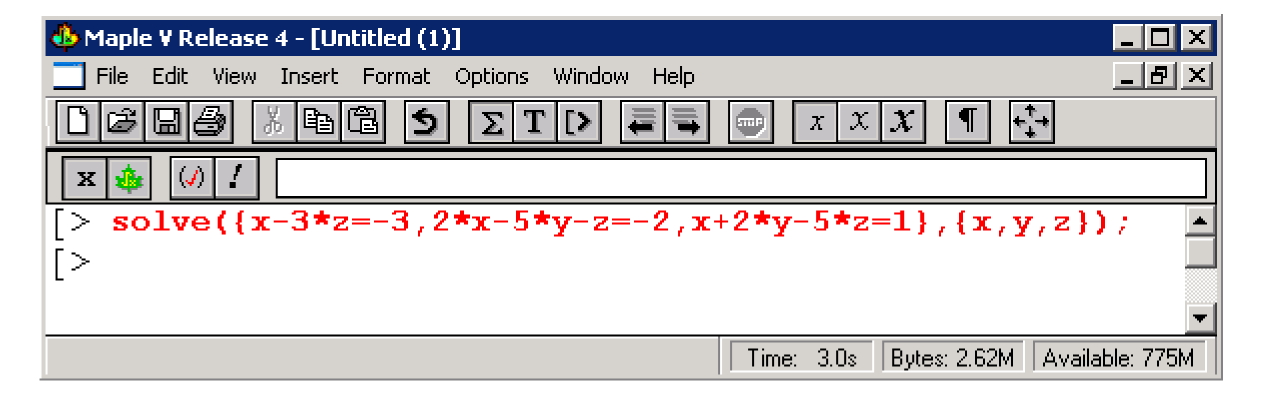


Chapitre: Algèbre Linéaire

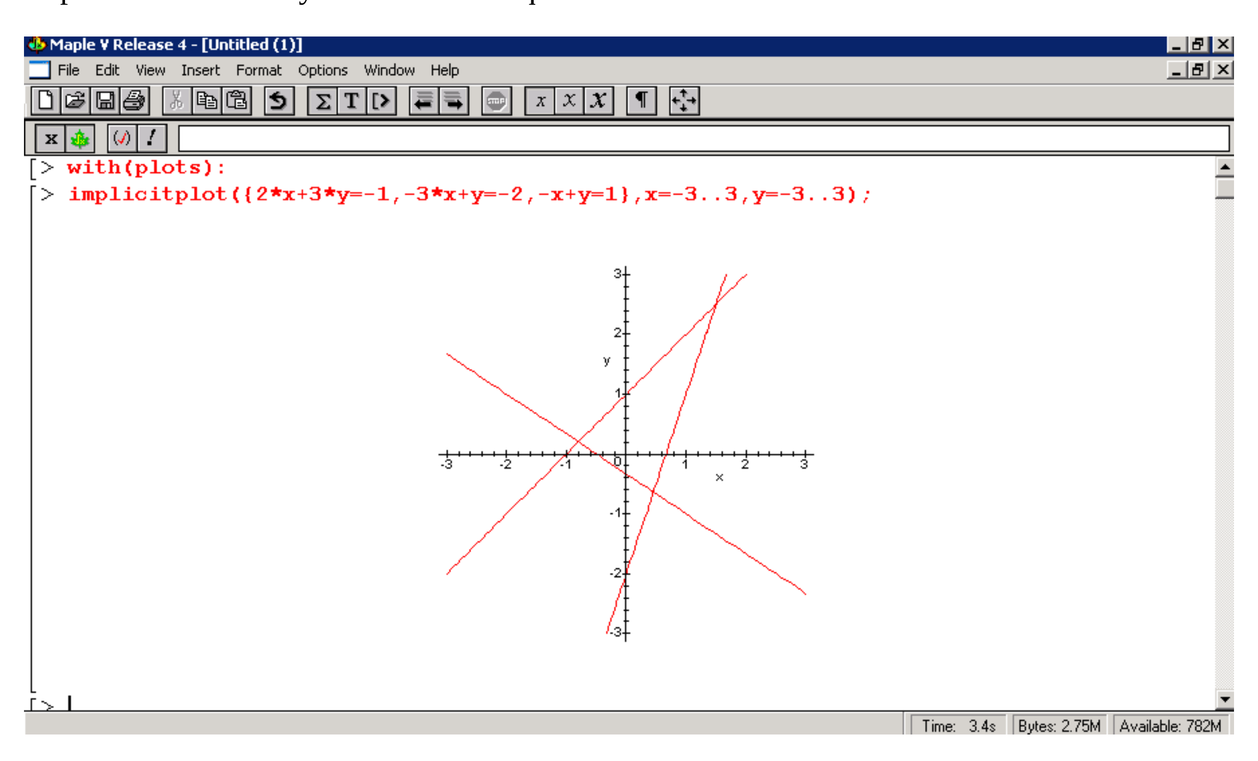
Intersection des trois plans définis par les trois équations d'un système de trois équations linéaires à trois inconnues:



Ce système n'a aucune solution. Ce qui peut soit se vérifier à la main, soit avec Maple 4.00b en écrivant:



Représentation d'un système de deux équations à deux inconnues:



Multiplication de matrices/vecteurs (vecteur avec sa propre transposée):

Maple V Release 4 - [Untitled (2)]

File Edit View Insert Format Options Window Help

```
> e1:=array([0,1]);
```

$$e1 := [0, 1]$$

```
> with(linalg):
> e1t:=transpose(e1);
```

$$e1t := \mathrm{transpose}(e1)$$

```
> e1t;
>
```

$$\mathrm{transpose}(e1)$$

```
> evalm(e1 &* e1t);
```

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

```
>
```

Time: 2.2s Bytes: 512K Available: 812M

Inverse d'une matrice:

Maple V Release 4 - [Untitled (2)]

File Edit View Insert Format Options Window Help

```
> with(linalg):
> A := array([[gamma,-gamma*beta,0,0],[-gamma*beta,gamma,0,0],[0,0,1,0],[0,0,0,1]]);
```

$$A := \begin{bmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

```
> evalm(A^(-1));
```

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{\gamma(-1+\beta^2)} & -\frac{\beta}{\gamma(-1+\beta^2)} & 0 & 0 \\ -\frac{\beta}{\gamma(-1+\beta^2)} & -\frac{1}{\gamma(-1+\beta^2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

```
>
```

Time: 9.4s Bytes: 384K Available: 3.74G

Déterminant:

Maple V Release 4 - [Untitled (2)]

File Edit View Insert Format Options Window Help

```
> with(linalg):
> det(array([[1,2,3],[2,1,0],[1,-1,I]]));
```

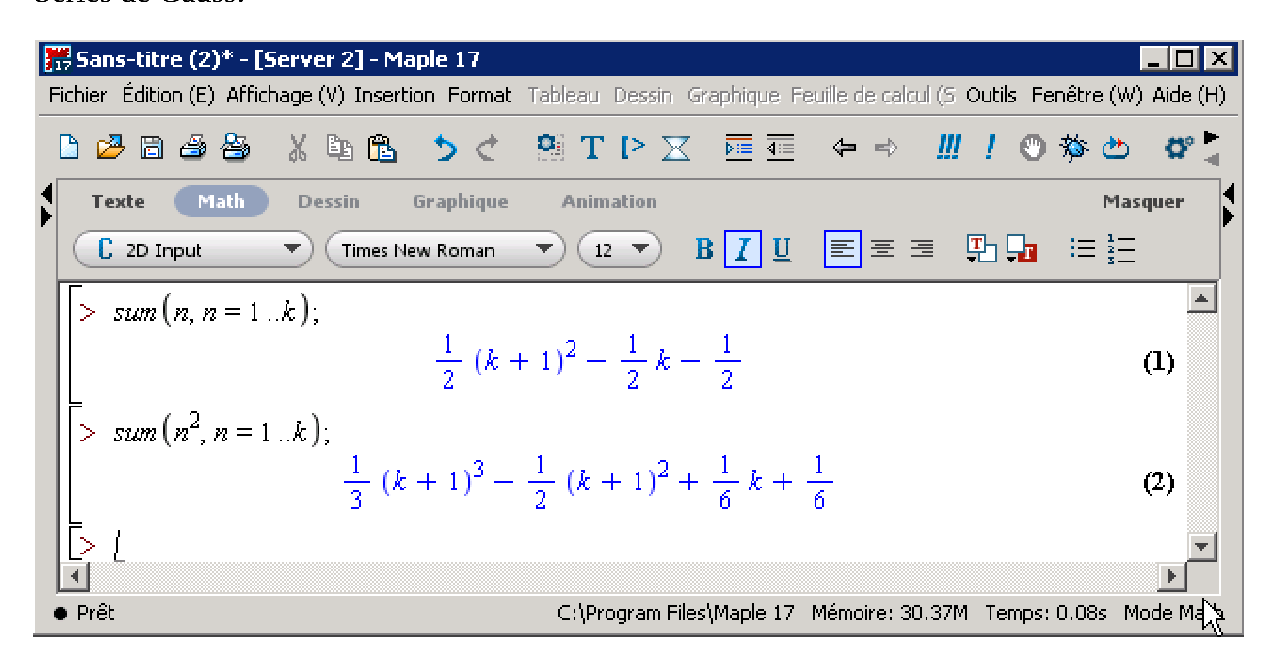
$$-9-3I$$

```
>
```

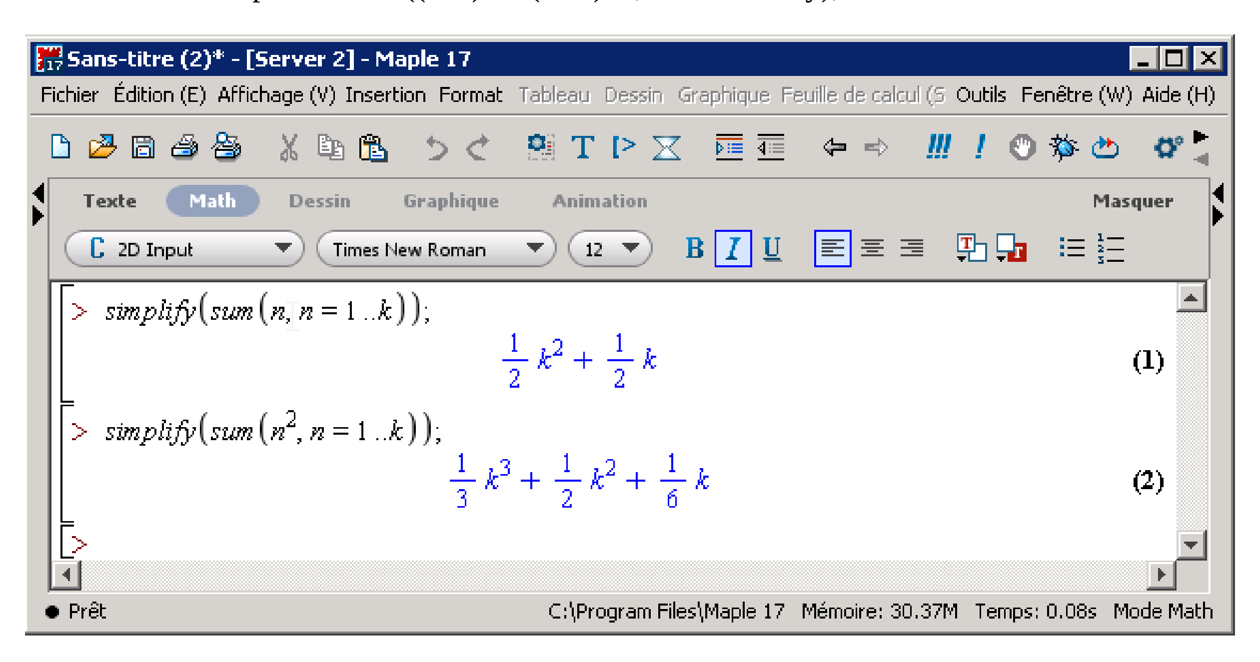
Time: 0.0s Bytes: 0.0K Available: 1.48G

Chapitre: Suites Et Séries

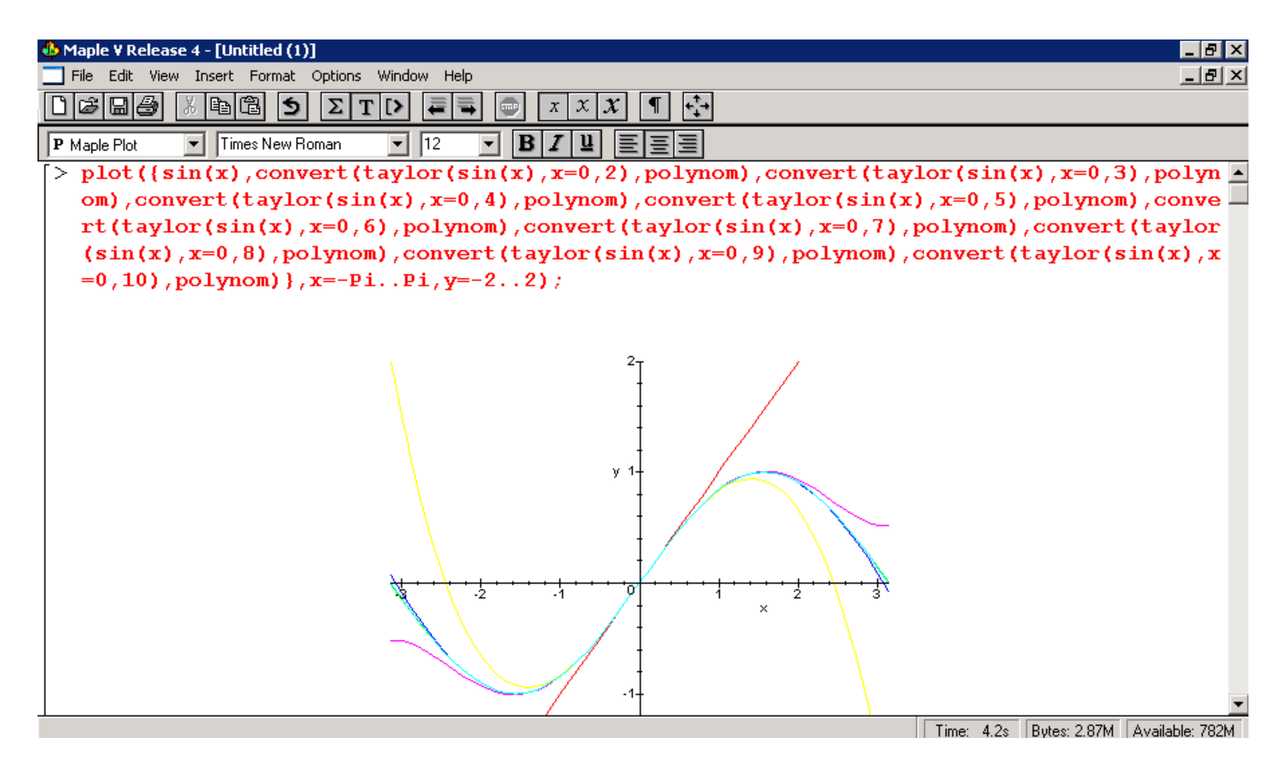
Séries de Gauss:



ou en version simplifiée: sum((-I/2)^n*(-2*I)^n,n=1..+infinity);



Un exemple d'application avec une série de Maclaurin (avec étant nul) de la fonction sin(x):



Voyons le développement de Taylor univarié de la fonction de Taylor qui nous a été utile pour déterminer le champ traditionnel d'un disque homogène à des faibles distances du centre du disque (en comparaison au rayon de ce dernier):

Maple V Release 4 - [Gravity_Disc.mws]

File Edit View Insert Format Options Window Help

```
> app:=taylor(sqrt(z^2+r^2+R^2-2*R*r*cos(alpha))-sqrt(z^2+r^2)+r*cos(alpha)*(ln(R-r*cos(alpha)+sqrt(z^2+r^2+R^2-2*R*r*cos(alpha)))-ln(sqrt(r^2+z^2)-r*cos(alpha))),r=0,5);
```

$$app := \left(\sqrt{z^2+R^2}-\sqrt{z^2}\right)+\left(-\frac{R\cos(\alpha)}{\sqrt{z^2+R^2}}+\cos(\alpha)\left(\ln\left(R+\sqrt{z^2+R^2}\right)-\ln\left(\sqrt{z^2}\right)\right)\right)r+$$

$$\left(\sqrt{z^2+R^2}\,\%1+\cos(\alpha)\left(\frac{-\cos(\alpha)-\dfrac{R\cos(\alpha)}{\sqrt{z^2+R^2}}}{R+\sqrt{z^2+R^2}}+\frac{\cos(\alpha)}{\sqrt{z^2}}\right)-\frac{1}{2}\frac{\sqrt{z^2}}{z^2}\right)r^2+$$

$$\left(\sqrt{z^2+R^2}\left(\frac{1}{2}\frac{R\cos(\alpha)}{(z^2+R^2)^2}-\frac{1}{2}\frac{R^3\cos(\alpha)^3}{(z^2+R^2)^3}\right)+\cos(\alpha)\left(-\frac{1}{2}\frac{1}{z^2}+\frac{1}{2}\frac{\cos(\alpha)^2}{z^2}+\frac{\sqrt{z^2+R^2}\,\%1}{R+\sqrt{z^2+R^2}}+\frac{1}{2}\frac{\cos(\alpha)\left(-\cos(\alpha)-\dfrac{R\cos(\alpha)}{\sqrt{z^2+R^2}}\right)}{\sqrt{z^2+R^2}\left(R+\sqrt{z^2+R^2}\right)}\right)\right)r^3+\Bigg($$

$$\sqrt{z^2+R^2}\left(-\frac{1}{8}\frac{1}{(z^2+R^2)^2}+\frac{3}{4}\frac{R^2\cos(\alpha)^2}{(z^2+R^2)^3}-\frac{5}{8}\frac{R^4\cos(\alpha)^4}{(z^2+R^2)^4}\right)+\frac{1}{8}\frac{\sqrt{z^2}}{z^4}+\cos(\alpha)\Bigg(-\frac{1}{6}\frac{\cos(\alpha)}{\sqrt{z^2}\,z^2}+\frac{1}{3}\frac{(-1+\cos(\alpha)^2)\cos(\alpha)}{z^2\sqrt{z^2}}$$

$$+\frac{\sqrt{z^2+R^2}\left(\dfrac{1}{2}\dfrac{R\cos(\alpha)}{(z^2+R^2)^2}-\dfrac{1}{2}\dfrac{R^3\cos(\alpha)^3}{(z^2+R^2)^3}\right)}{R+\sqrt{z^2+R^2}}+\frac{1}{3}\frac{\cos(\alpha)\,\%1}{R+\sqrt{z^2+R^2}}+\frac{1}{3}\Big(-(z^2+R^2)^{3/2}z^2-(z^2+R^2)^{3/2}R^2+(z^2+R^2)^{3/2}R^2\cos(\alpha)^2$$

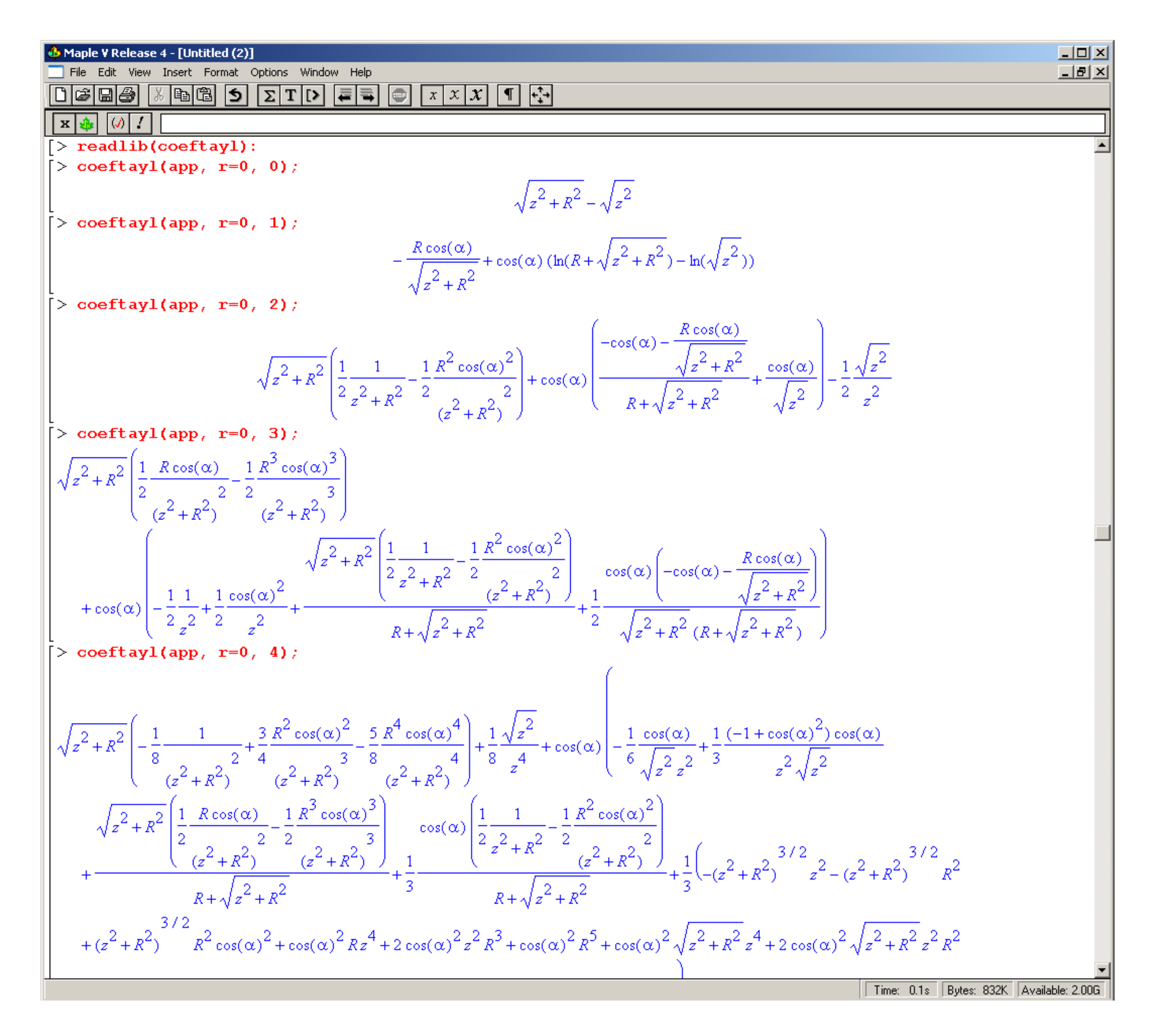
$$+\cos(\alpha)^2Rz^4+2\cos(\alpha)^2z^2R^3+\cos(\alpha)^2R^5+\cos(\alpha)^2z^4\sqrt{z^2+R^2}+2\cos(\alpha)^2\sqrt{z^2+R^2}\,z^2R^2+\cos(\alpha)^2\sqrt{z^2+R^2}\,R^4\Big)$$

$$\left(-\cos(\alpha)-\frac{R\cos(\alpha)}{\sqrt{z^2+R^2}}\right)\Big/\left((z^2+R^2)^3\left(R+\sqrt{z^2+R^2}\right)^2\right)\Bigg)\Bigg)r^4+O(r^5)$$

$$\%1 := \frac{1}{2}\frac{1}{z^2+R^2}-\frac{1}{2}\frac{R^2\cos(\alpha)^2}{(z^2+R^2)^2}$$

Time: 0.0s Bytes: 0.0K Available: 2.00G

On peut extraire les coefficient seuls du développement de Taylor ce qui nous a été très utile dans notre étude du champ de gravité du disque:



Estimation d'un développement de Taylor multivarié:

Maple V Release 4 - [Untitled (1)]

File Edit View Insert Format Options Window Help

```
> readlib(mtaylor):
> P:=(f,a,b,n,u,v)->subs(x=u,y=v,mtaylor(f,[x = a,y=b],n+1)):
> 'P(f(x,y),a,b,2,x,y)'=P(f(x,y),a,b,2,x,y);
```

$$\mathrm{P}(\mathrm{f}(x,y),a,b,2,x,y)=\mathrm{f}(a,b)+D_1(f)(a,b)\,(x-a)+D_2(f)(a,b)\,(y-b)+\frac{1}{2}D_{1,\,1}(f)(a,b)\,(x-a)^2$$
$$+(x-a)\,D_{1,\,2}(f)(a,b)\,(y-b)+\frac{1}{2}D_{2,\,2}(f)(a,b)\,(y-b)^2$$

```
> f:=(x,y)->2+cos(x)+sin(y):
> 'P'(f(x,y),0,2,2,x,y)=P(f(x,y),0,2,2,x,y);
```

$$\mathrm{P}(2+\cos(x)+\sin(y),0,2,2,x,y)=3+\sin(2)+\cos(2)\,(y-2)-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}\sin(2)\,(y-2)^2$$

```
> 'P'(f(3,3),0,2,2,1,-1)=evalf(P(f(x,y),0,2,2,1,-1));
```

$$\mathrm{P}(2+\cos(3)+\sin(3),0,2,2,1,-1)=.565899516$$

```
> f(3,3)=evalf(f(1,-1));
```

$$2+\cos(3)+\sin(3)=1.698831321$$

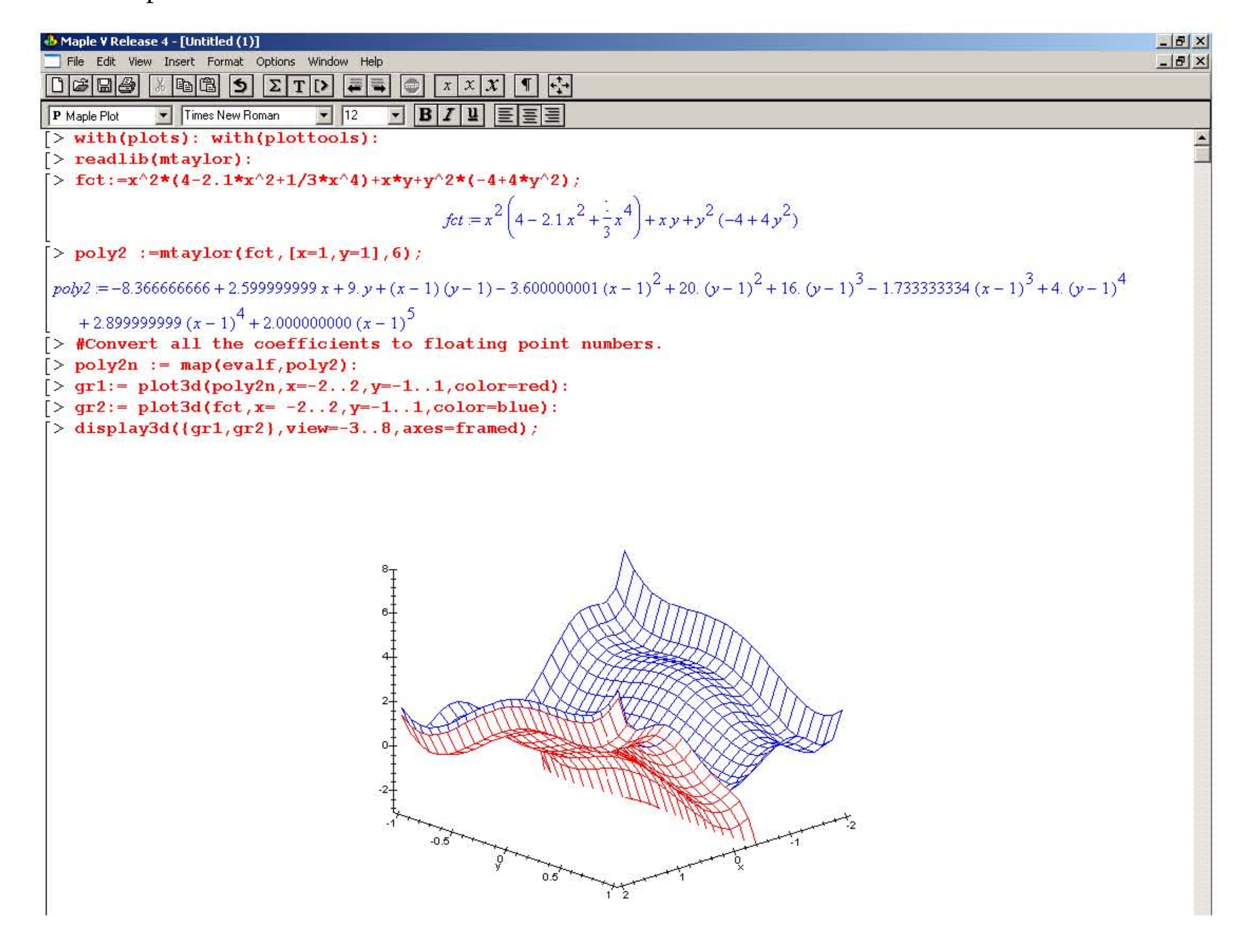
```
> 'P'(f(3,3),0,2,12,1,-1)=evalf(P(f(x,y),0,2,12,1,-1));
```

$$\mathrm{P}(2+\cos(3)+\sin(3),0,2,12,1,-1)=1.698777264$$

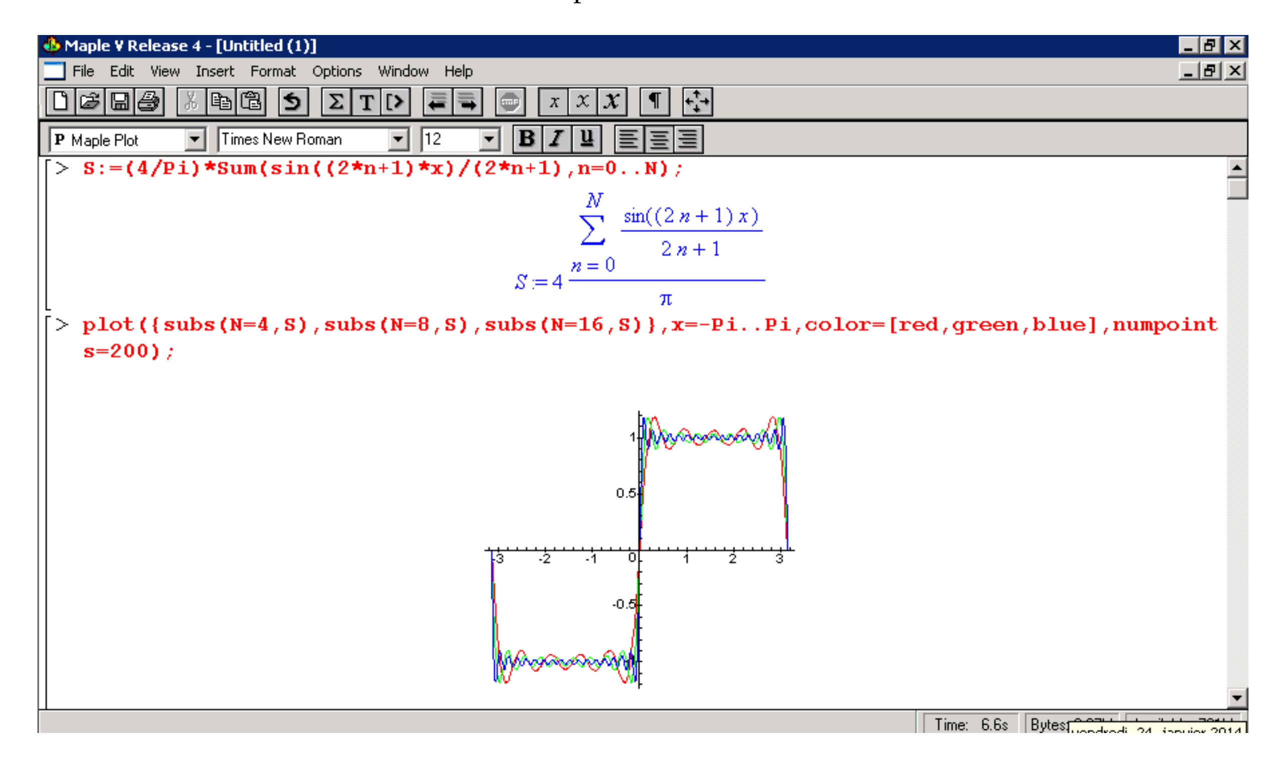
```
>
```

Time: 0.5s Bytes: 640K Available: 3.93G

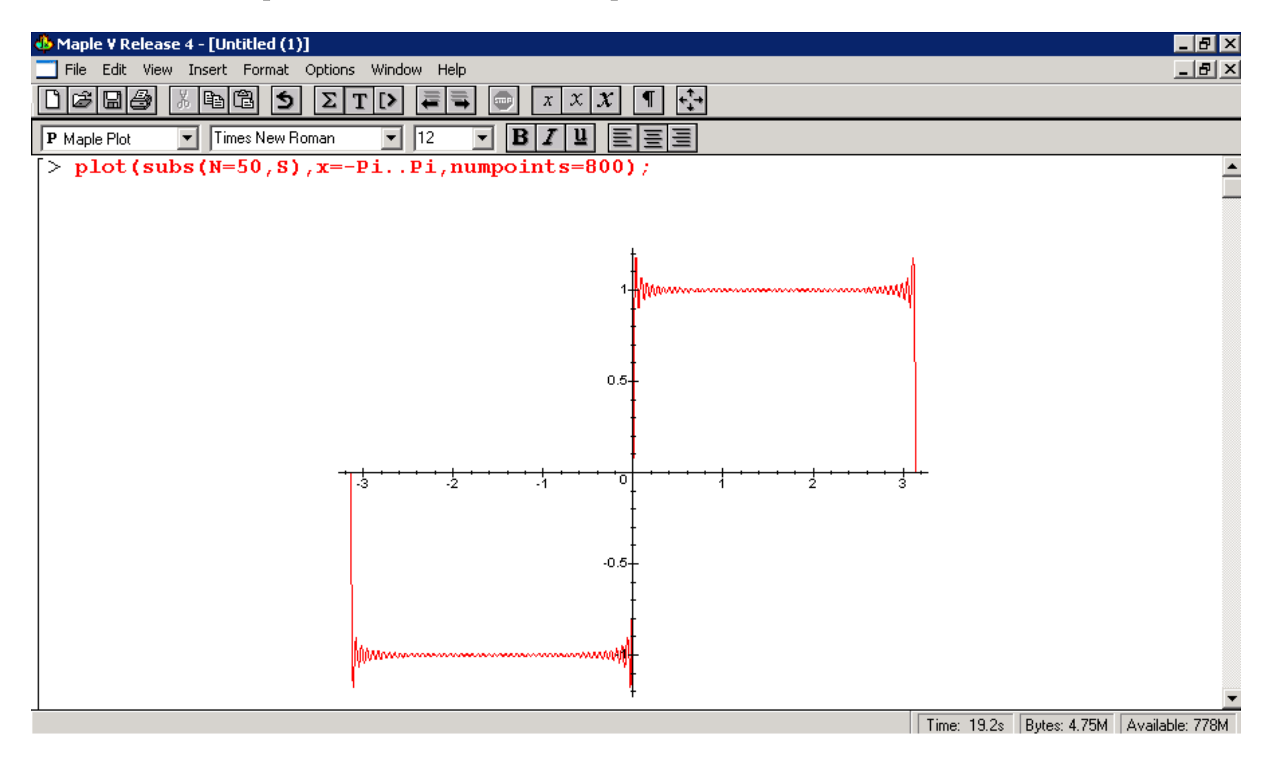
Pour un plot 3D nous avons avec le fonction baleine à bosse:



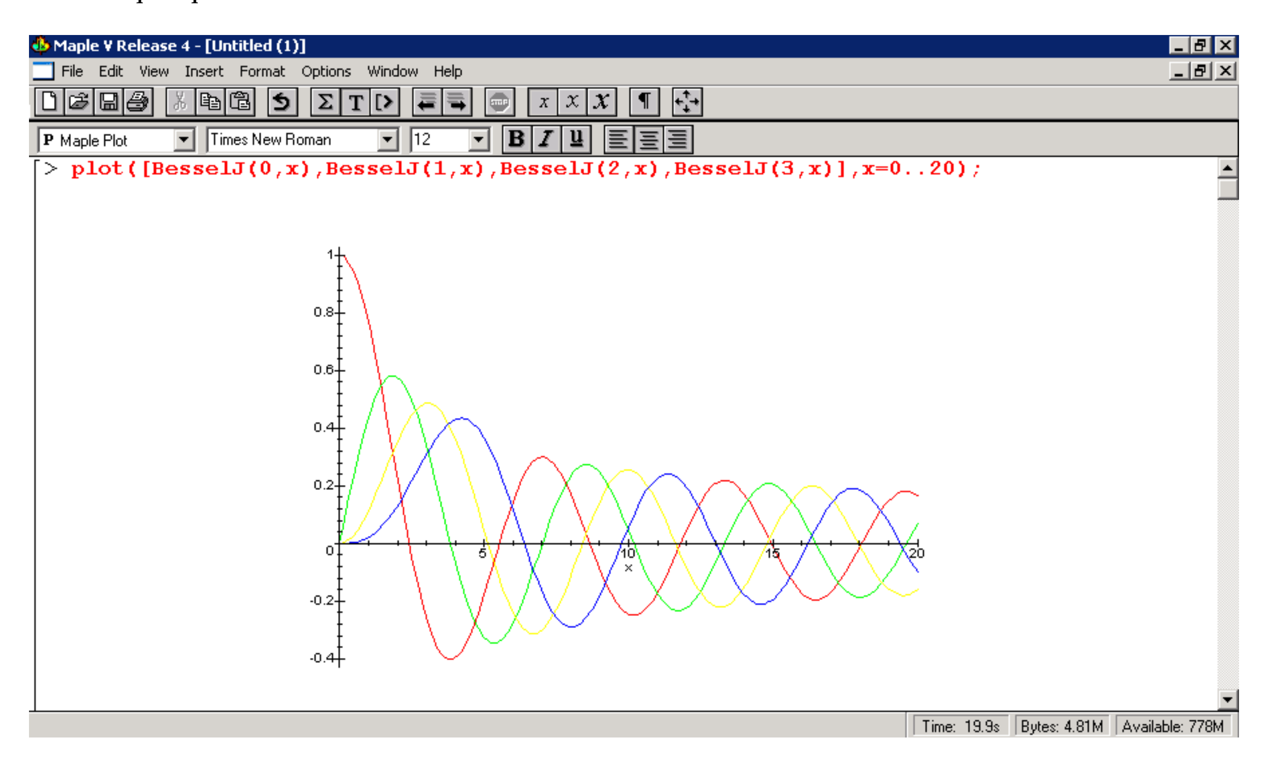
Plot d'une série de Fourier d'une fonction particulière:



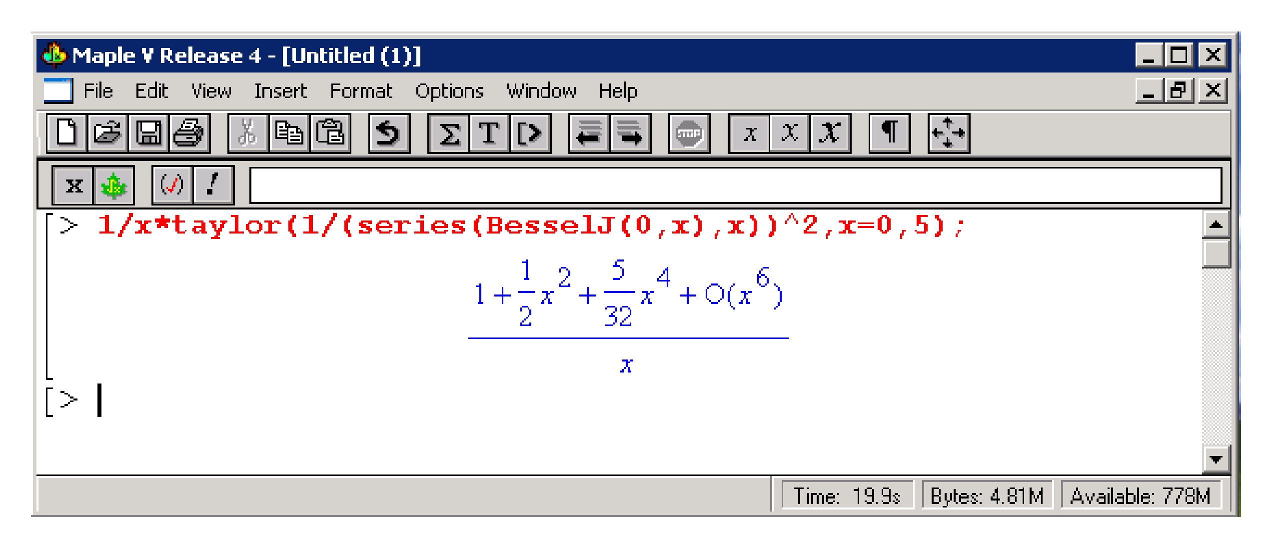
et avec 50 termes pour mettre en évidence le phénomène de Gibbs:



Plot de quelques fonctions de Bessel:

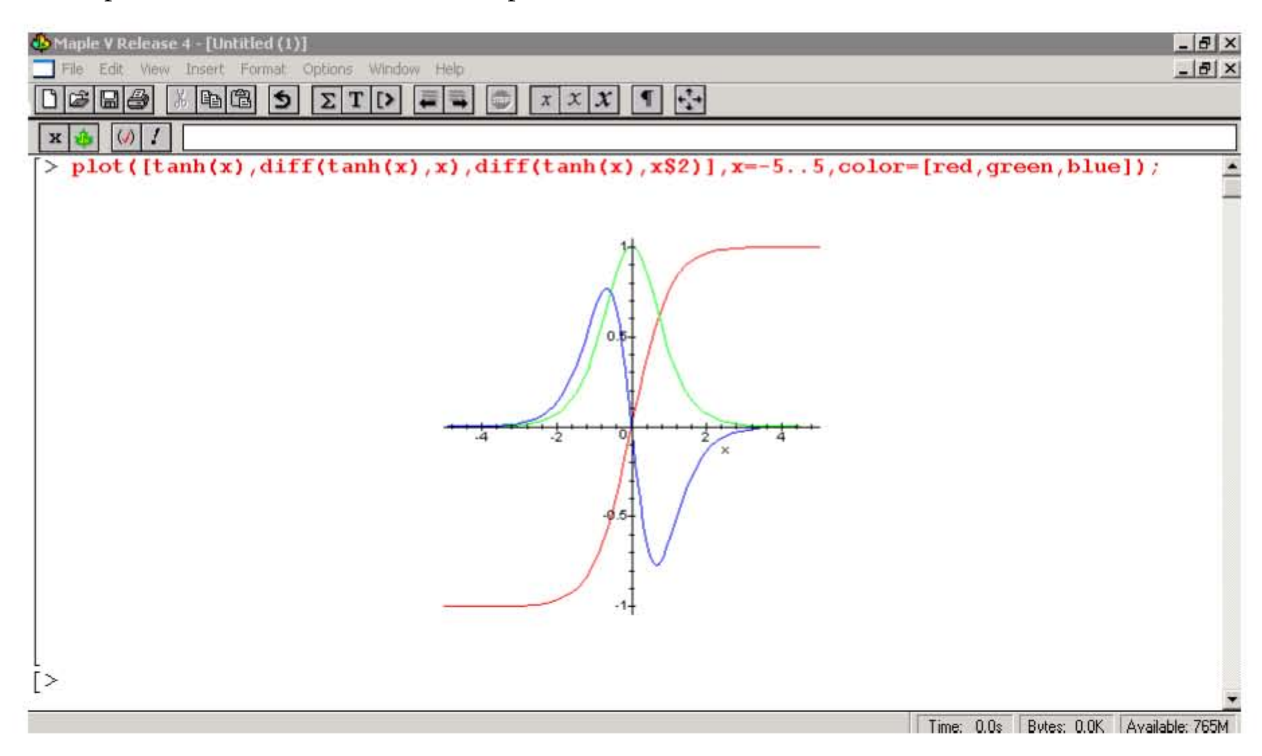


Développement de Taylor d'une série de Bessel au 5ème ordre:

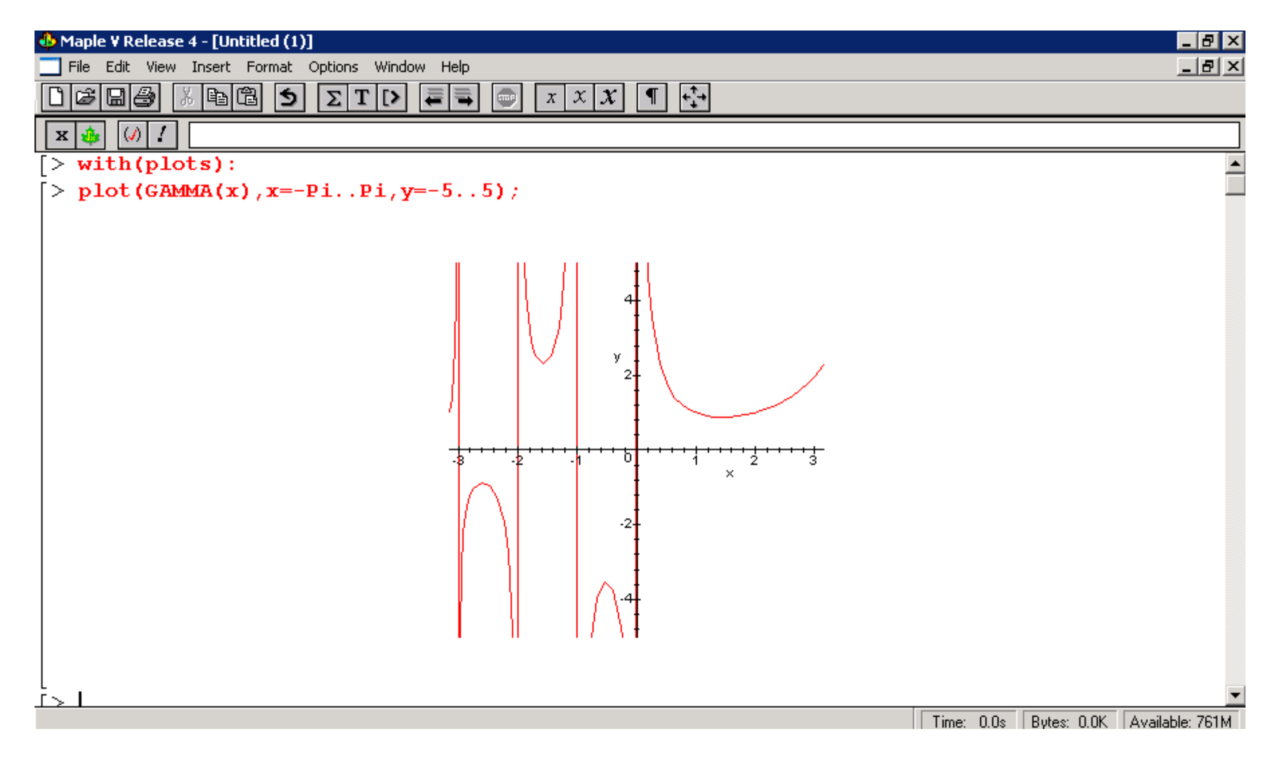


Chapitre: Calcul Différentiel Et Intégral

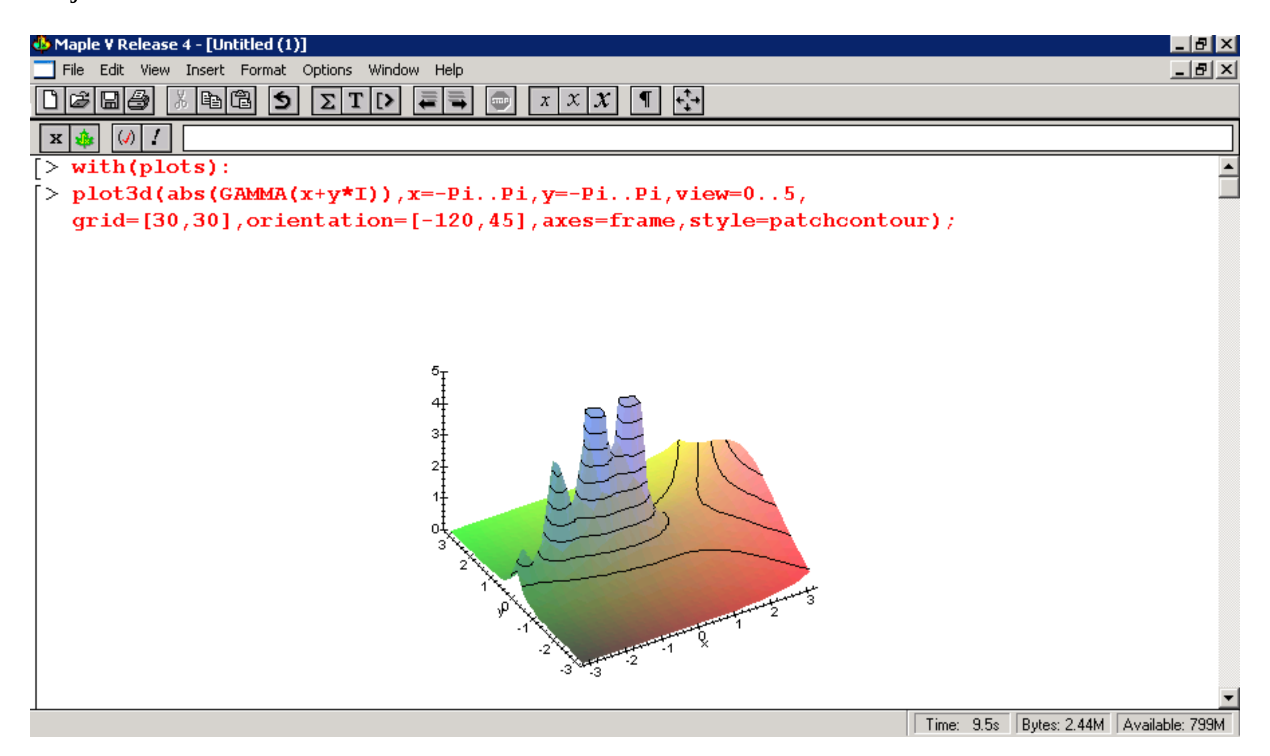
Exemple de fonction avec sa dérivée première et seconde:



Un tracé graphique du module de la fonction Gamma d'Euler pour *x* parcourant un intervalle des nombres réels (attention dans Maple 4.00b à bien écrire GAMMA en majuscules!!!):



et la même fonction tracée avec Maple 4.00b mais dans le plan complexe cette fois-ci et toujours avec en ordonnée le module de la fonction Gamma d'Euler:



Chapitre: Calcul Tensoriel

Voyons comment calculer le Tenseur de Ricci, le scalaire de Ricci et le tenseur d'Einstein de la métrique de Friedmann vue dans le cours théorique.

Maple V Release 4 - [Untitled (1)]

File Edit View Insert Format Options Window Help

```
> with(tensor):
> coords := [chi, theta, phi, t]:
> g := array(symmetric, sparse, 1..4, 1..4):
> g[4,4] := c^2: g[1,1] := -(a(t))^2: g[2,2] := -(a(t)*sin(chi))^2: g[3,3] :=
  -(a(t)*sin(chi)*sin(theta))^2:
  metric := create([-1,-1], eval(g));
```

metric := table([

$$compts = \begin{bmatrix} -\mathrm{a}(t)^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\mathrm{a}(t)^2 \sin(\chi)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\mathrm{a}(t)^2 \sin(\chi)^2 \sin(\theta)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c^2 \end{bmatrix}$$

index_char = [-1, -1]

])

```
> tensorsGR(coords, metric, contra_metric, det_met, C1, C2, Rm, Rc, R, G, C):
> displayGR(Einstein, G);
```

The Einstein Tensor

non-zero components :

$$G11 = -\frac{-\left(\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{a}(t)\right)^2 \sin(\chi)^2 - 2\,\mathrm{a}(t)\sin(\chi)^2\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathrm{a}(t)\right) - c^2 + \cos(\chi)^2 c^2}{\sin(\chi)^2 c^2}$$

$$G22 = \frac{\sin(\chi)^2\left(c^2 + \left(\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{a}(t)\right)^2 + 2\,\mathrm{a}(t)\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathrm{a}(t)\right)\right)}{c^2}$$

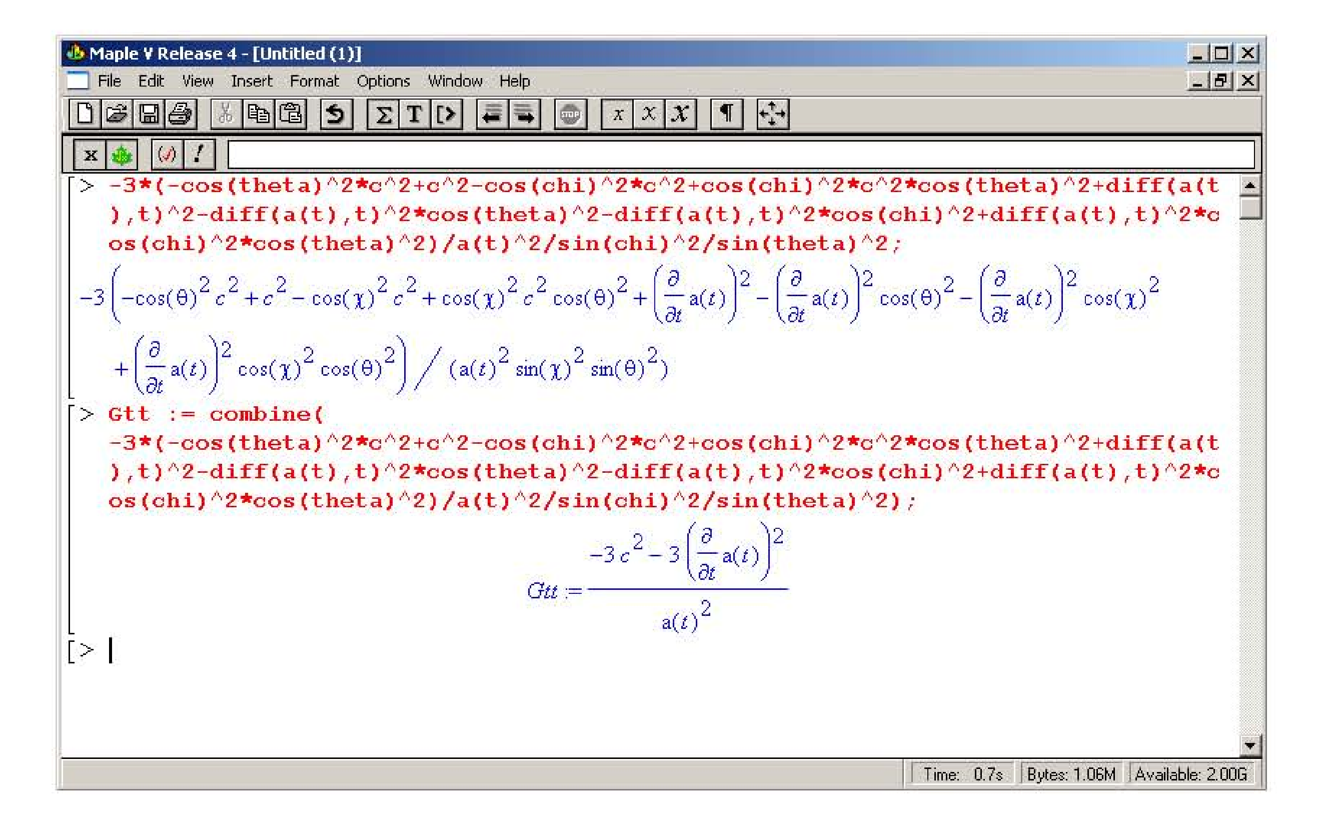
$$G33 = \frac{\sin(\theta)^2\sin(\chi)^2\left(c^2 + \left(\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{a}(t)\right)^2 + 2\,\mathrm{a}(t)\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathrm{a}(t)\right)\right)}{c^2}$$

$$G44 = -\frac{2\sin(\chi)^2 c^2 + 3\left(\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{a}(t)\right)^2\sin(\chi)^2 + c^2 - \cos(\chi)^2 c^2}{\mathrm{a}(t)^2\sin(\chi)^2}$$

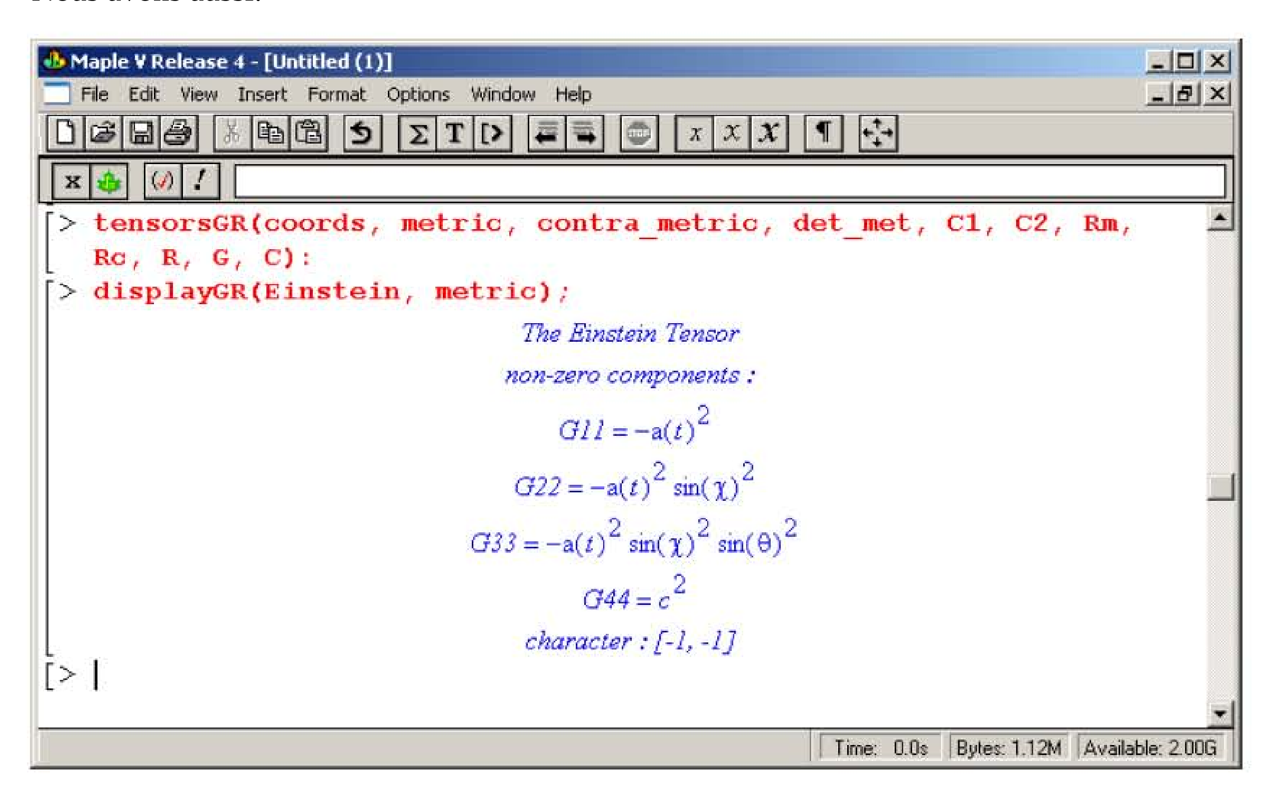
character : [-1, -1]

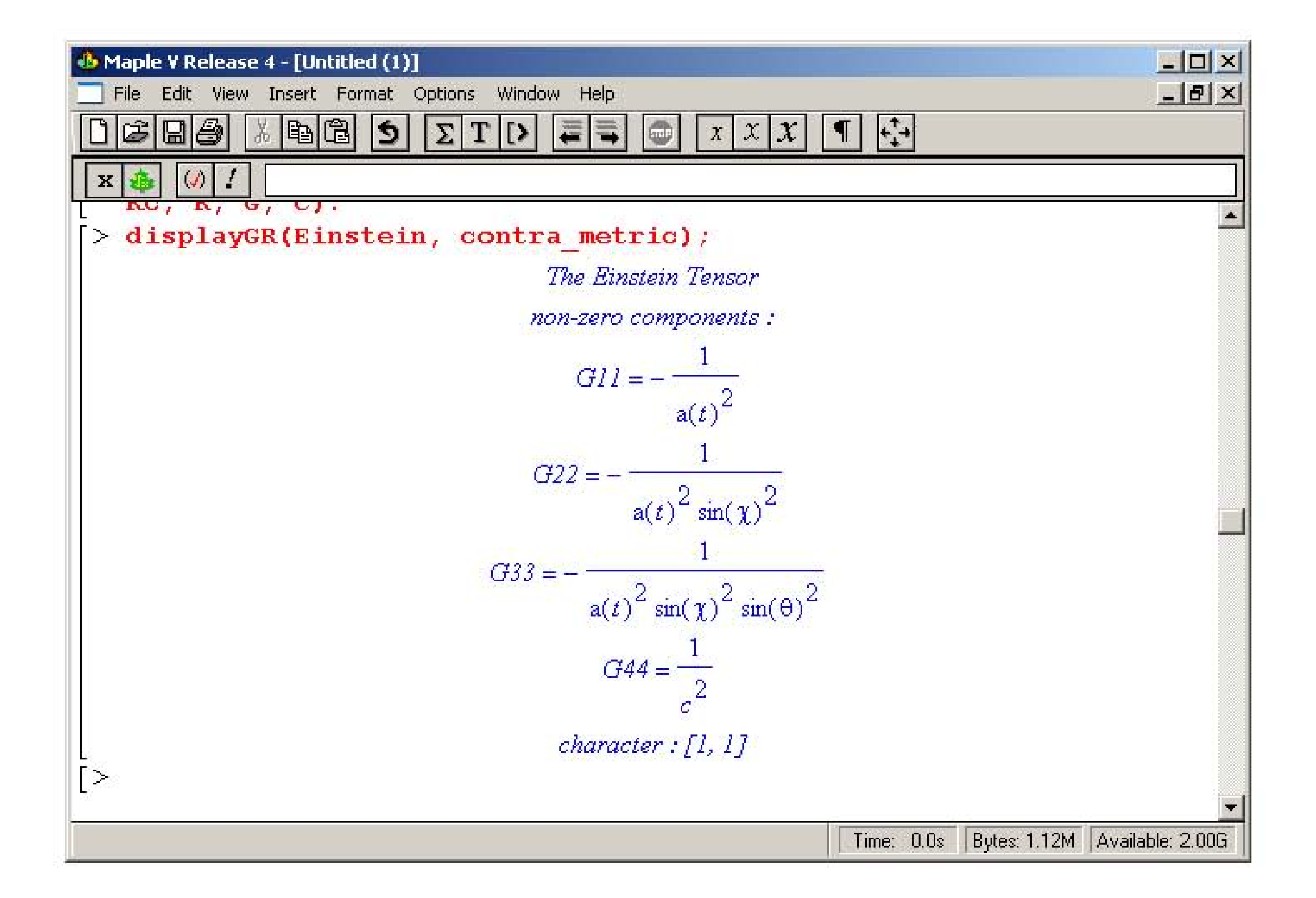
Time: 0.7s Bytes: 1.06M Available: 2.00G

Et pour simplifier:

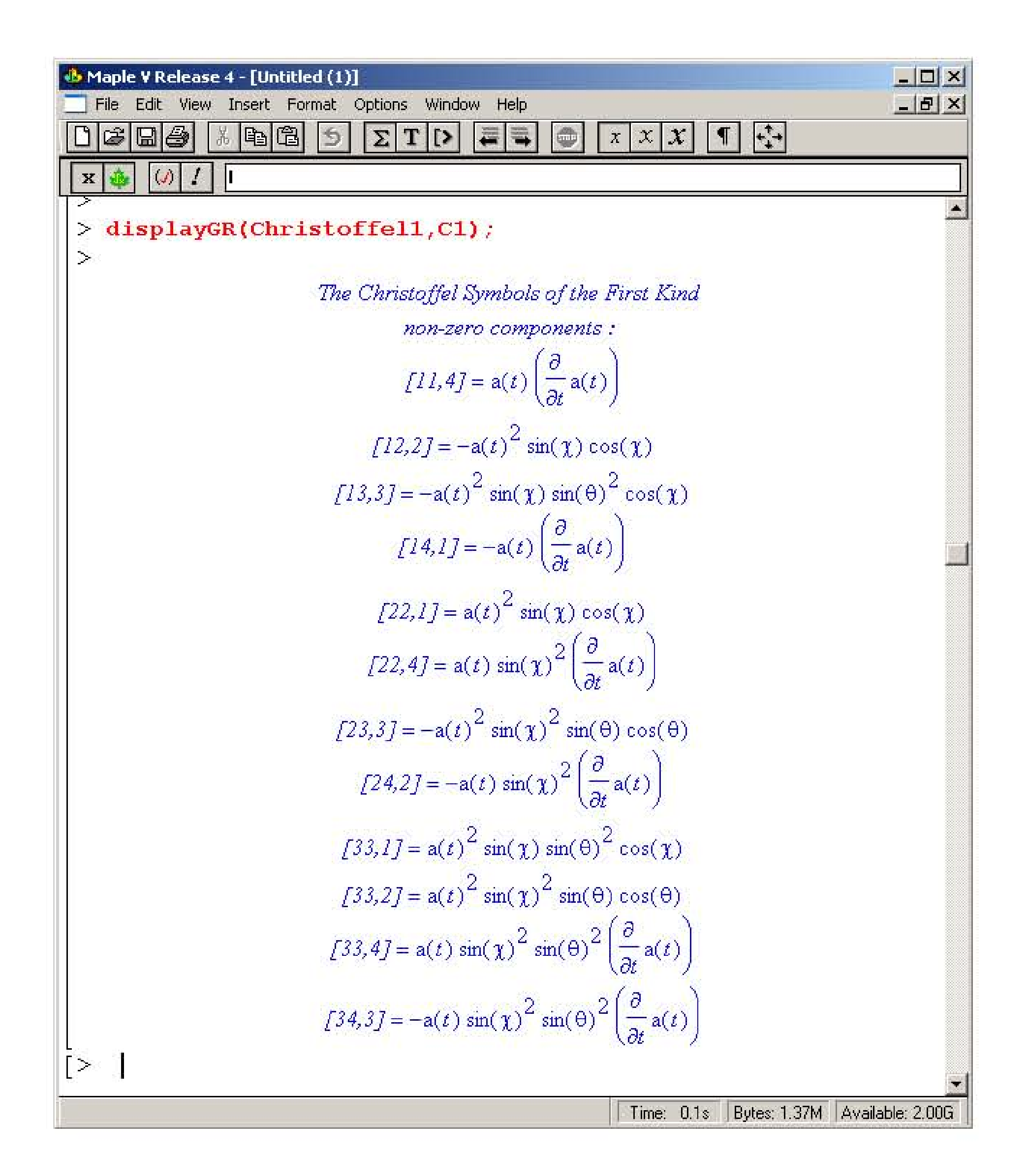


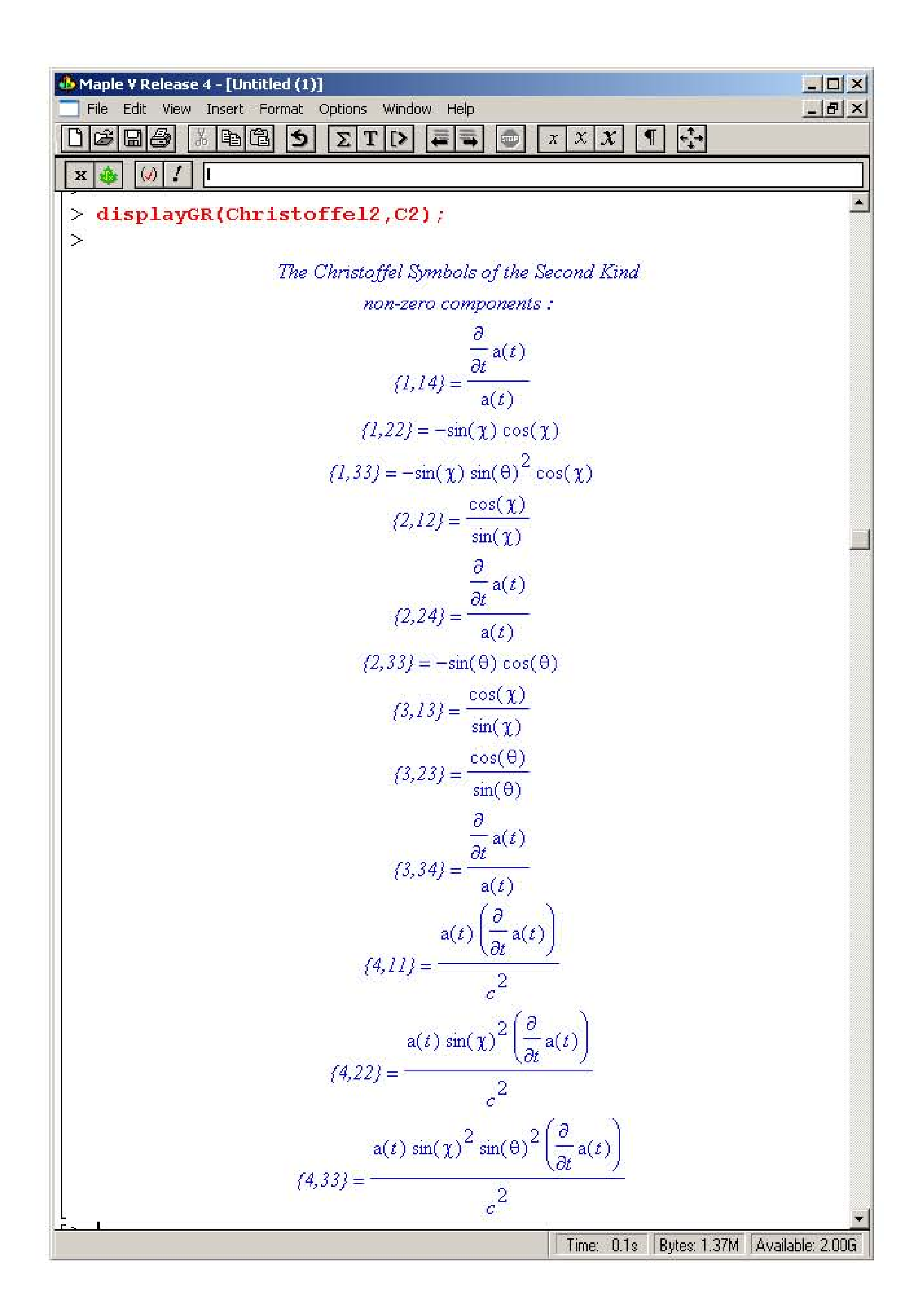
Nous avons aussi:

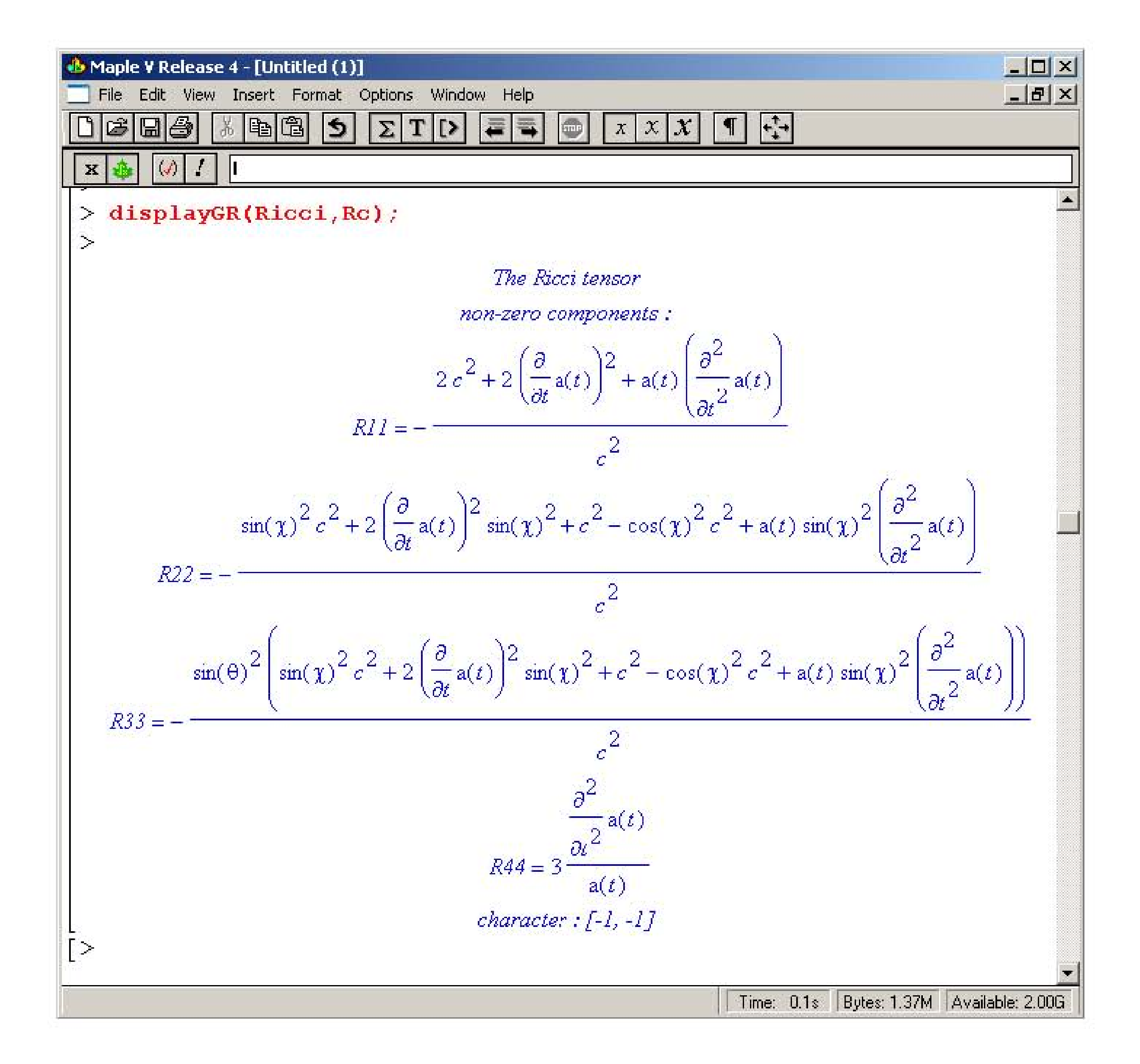




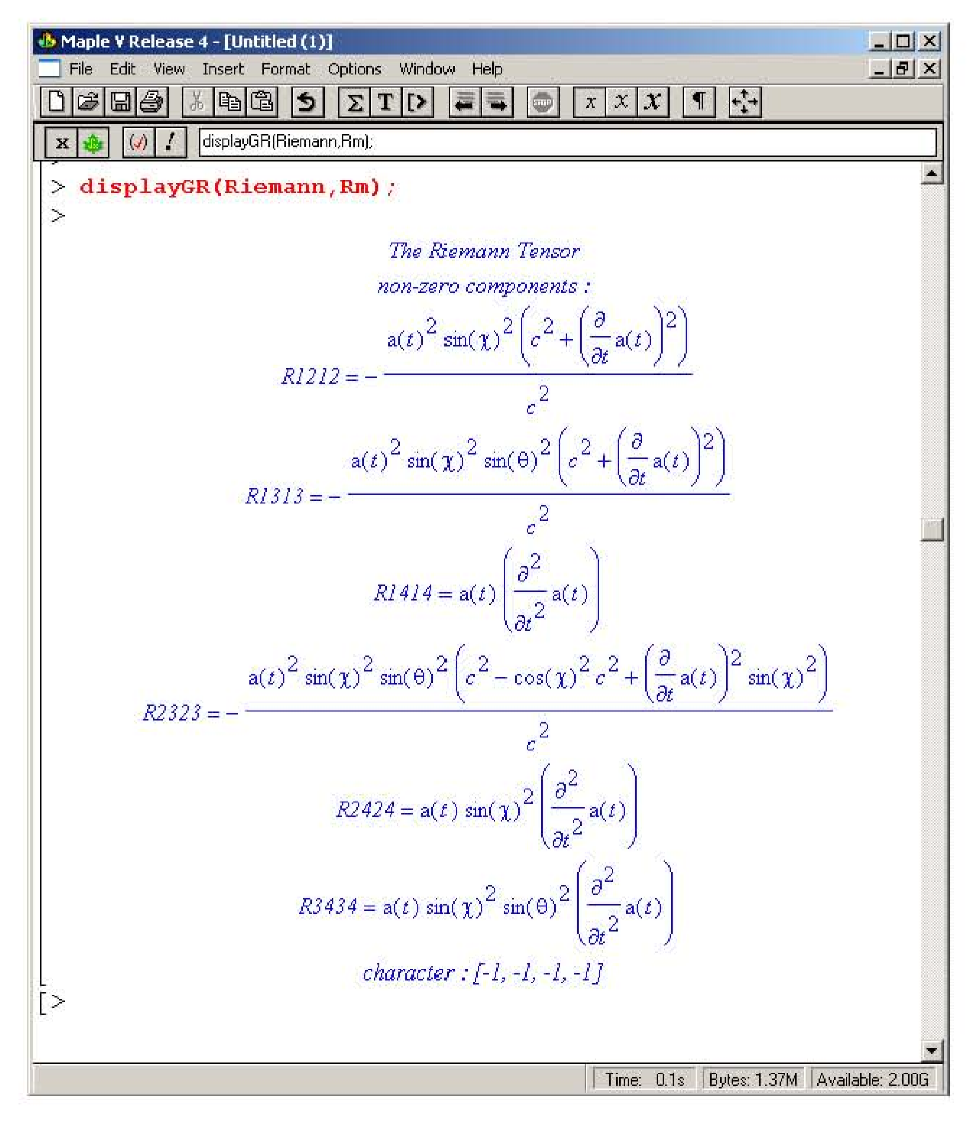
Maple V Release 4 - [Untitled (1)]
File Edit View Insert Format Options Window Help
> displayGR(Einstein, contra_metric);
The Einstein Tensor
non-zero components :
$G11 = -\frac{1}{a(t)^2}$
$G22 = -\frac{1}{a(t)^2 \sin(\chi)^2}$
$G33 = -\frac{1}{a(t)^2 \sin(\chi)^2 \sin(\theta)^2}$
$G44 = \frac{1}{c^2}$
character : [1, 1]
Time: 0.0s
Bytes: 1.12M
Available: 2.00G

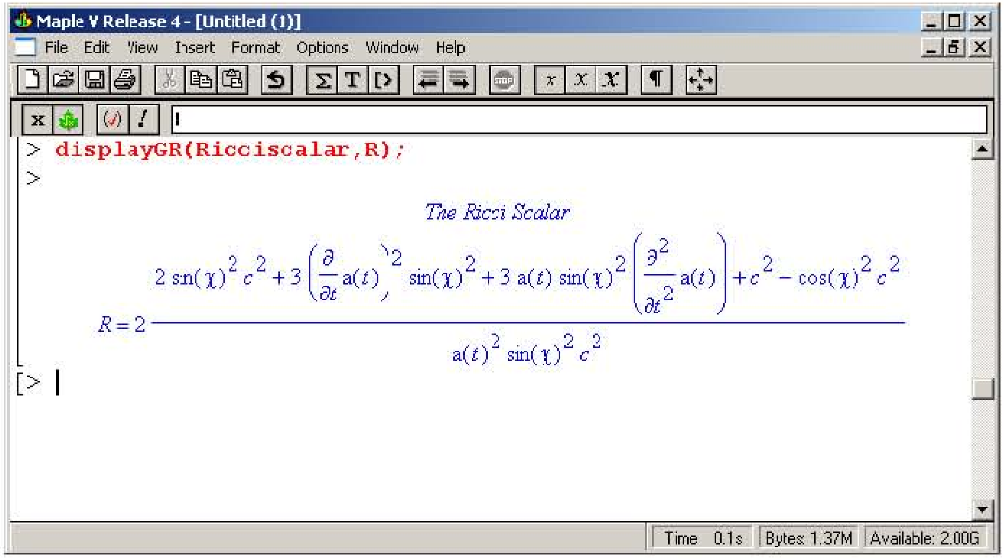

Maple V Release 4 - [Untitled (1)]
File Edit View Insert Format Options Window Help
> displayGR(Christoffel1,C1);
The Christoffel Symbols of the First Kind
non-zero components :
$[11,4] = a(t)\left(\frac{\partial}{\partial t} a(t)\right)$
$[12,2] = -a(t)^2 \sin(\chi) \cos(\chi)$
$[13,3] = -a(t)^2 \sin(\chi) \sin(\theta)^2 \cos(\chi)$
$[14,1] = -a(t)\left(\frac{\partial}{\partial t} a(t)\right)$
$[22,1] = a(t)^2 \sin(\chi) \cos(\chi)$
$[22,4] = a(t) \sin(\chi)^2 \left(\frac{\partial}{\partial t} a(t)\right)$
$[23,3] = -a(t)^2 \sin(\chi)^2 \sin(\theta) \cos(\theta)$
$[24,2] = -a(t) \sin(\chi)^2 \left(\frac{\partial}{\partial t} a(t)\right)$
$[33,1] = a(t)^2 \sin(\chi) \sin(\theta)^2 \cos(\chi)$
$[33,2] = a(t)^2 \sin(\chi)^2 \sin(\theta) \cos(\theta)$
$[33,4] = a(t) \sin(\chi)^2 \sin(\theta)^2 \left(\frac{\partial}{\partial t} a(t)\right)$
$[34,3] = -a(t) \sin(\chi)^2 \sin(\theta)^2 \left(\frac{\partial}{\partial t} a(t)\right)$
Time: 0.1s
Bytes: 1.37M
Available: 2.00G


Maple V Release 4 - [Untitled (1)]
File Edit View Insert Format Options Window Help
> displayGR(Christoffel2,C2);
The Christoffel Symbols of the Second Kind
non-zero components :
{1,14} = (∂/∂t a(t)) / a(t)
{1,22} = −sin(χ) cos(χ)
{1,33} = −sin(χ) sin(θ)^2 cos(χ)
{2,12} = cos(χ) / sin(χ)
{2,24} = (∂/∂t a(t)) / a(t)
{2,33} = −sin(θ) cos(θ)
{3,13} = cos(χ) / sin(χ)
{3,23} = cos(θ) / sin(θ)
{3,34} = (∂/∂t a(t)) / a(t)
{4,11} = a(t) (∂/∂t a(t)) / c^2
{4,22} = a(t) sin(χ)^2 (∂/∂t a(t)) / c^2
{4,33} = a(t) sin(χ)^2 sin(θ)^2 (∂/∂t a(t)) / c^2
Time: 0.1s
Bytes: 1.37M
Available: 2.00G



Maple V Release 4 - [Untitled (1)]
File Edit View Insert Format Options Window Help
> displayGR(Ricci,Rc);
The Ricci tensor
non-zero components :
$R11 = -\frac{2c^2 + 2\left(\frac{\partial}{\partial t}a(t)\right)^2 + a(t)\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}a(t)\right)}{c^2}$
$R22 = -\frac{\sin(\chi)^2 c^2 + 2\left(\frac{\partial}{\partial t}a(t)\right)^2 \sin(\chi)^2 + c^2 - \cos(\chi)^2 c^2 + a(t)\sin(\chi)^2\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}a(t)\right)}{c^2}$
$R33 = -\frac{\sin(\theta)^2\left(\sin(\chi)^2 c^2 + 2\left(\frac{\partial}{\partial t}a(t)\right)^2 \sin(\chi)^2 + c^2 - \cos(\chi)^2 c^2 + a(t)\sin(\chi)^2\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}a(t)\right)\right)}{c^2}$
$R44 = 3\frac{\frac{\partial^2}{\partial t^2}a(t)}{a(t)}$
character : [-1, -1]
Time: 0.1s
Bytes: 1.37M
Available: 2.00G


Maple V Release 4 - [Untitled (1)]
File Edit View Insert Format Options Window Help
displayGR(Riemann,Rm);
> displayGR(Riemann,Rm);
The Riemann Tensor
non-zero components :
$R1212 = -\frac{a(t)^2 \sin(\chi)^2 \left(c^2 + \left(\frac{\partial}{\partial t} a(t)\right)^2\right)}{c^2}$
$R1313 = -\frac{a(t)^2 \sin(\chi)^2 \sin(\theta)^2 \left(c^2 + \left(\frac{\partial}{\partial t} a(t)\right)^2\right)}{c^2}$
$R1414 = a(t) \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} a(t)\right)$
$R2323 = -\frac{a(t)^2 \sin(\chi)^2 \sin(\theta)^2 \left(c^2 - \cos(\chi)^2 c^2 + \left(\frac{\partial}{\partial t} a(t)\right)^2 \sin(\chi)^2\right)}{c^2}$
$R2424 = a(t) \sin(\chi)^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} a(t)\right)$
$R3434 = a(t) \sin(\chi)^2 \sin(\theta)^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} a(t)\right)$
character : [-1, -1, -1, -1]
Time: 0.1s Bytes: 1.37M Available: 2.00G


Maple V Release 4 - [Untitled (1)]
File Edit View Insert Format Options Window Help
> displayGR(Ricciscalar,R);
The Ricci Scalar
$R = 2 \frac{2 \sin(\chi)^2 c^2 + 3 \left(\frac{\partial}{\partial t} a(t)\right)^2 \sin(\chi)^2 + 3 a(t) \sin(\chi)^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} a(t)\right) + c^2 - \cos(\chi)^2 c^2}{a(t)^2 \sin(\chi)^2 c^2}$
Time: 0.1s Bytes: 1.37M Available: 2.00G

Section: Analyse

Chapitre: Analyse fonctionnelle

Quelques petits exemples de représentations graphiques que nous pouvons faire avec Maple.

Nous préparons d'abord la fonction empirique servant de base pour les exemples:

Maple V Release 4 - [Untitled (1)]

File Edit View Insert Format Options Window Help

```
> restart:
  with(plots):
> f:=(x,y)->12*x/(1+x^2+y^2);
```

$$f := (x, y) \to 12 \frac{x}{1 + x^2 + y^2}$$

```
> xrange:=-10..10;yrange:=-5..5;
```

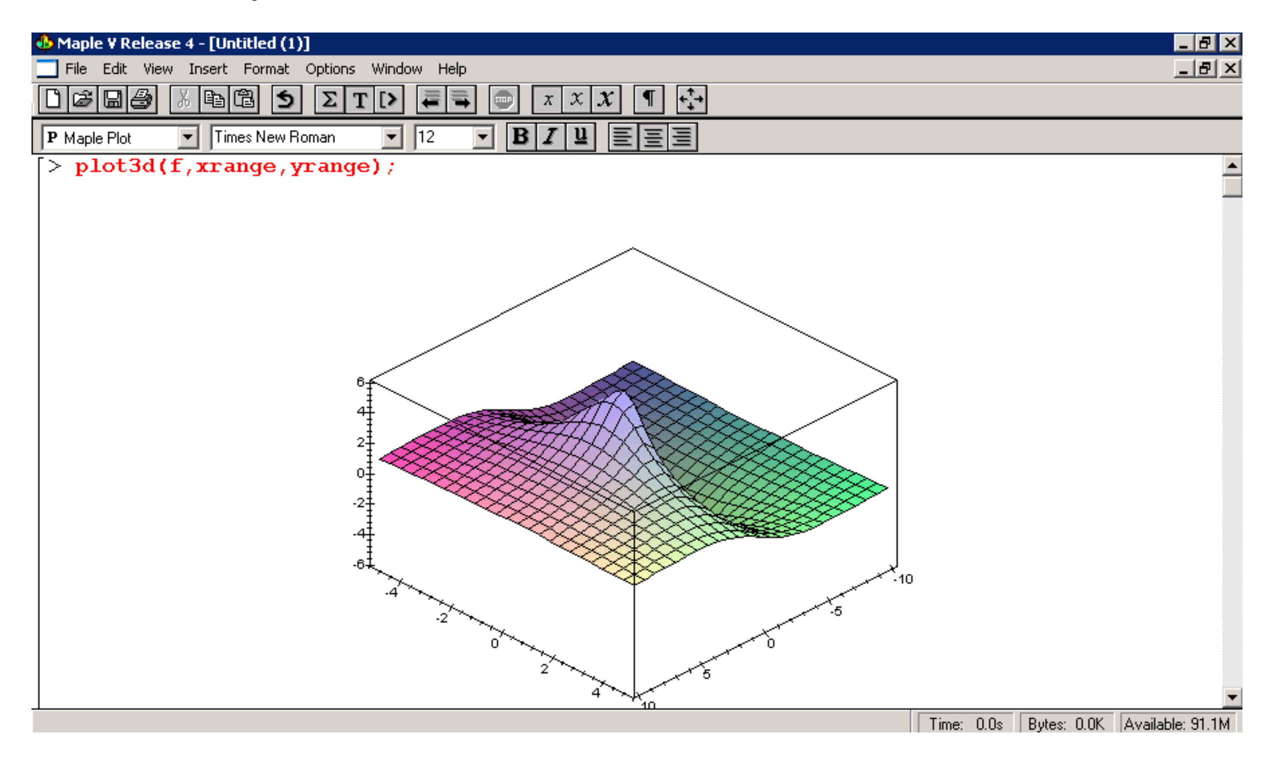
$$xrange := -10 .. 10$$

$$yrange := -5 .. 5$$

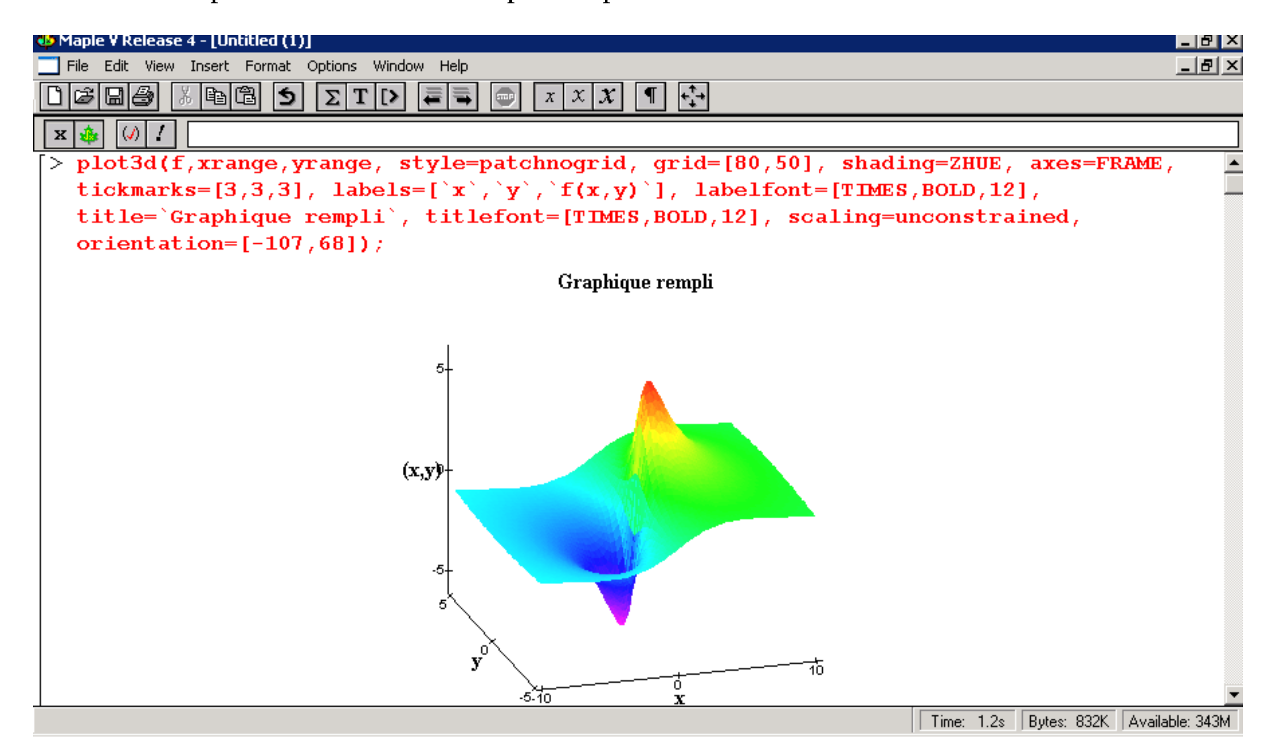
```
>
```

Time: 0.0s Bytes: 0.0K Available: 102M

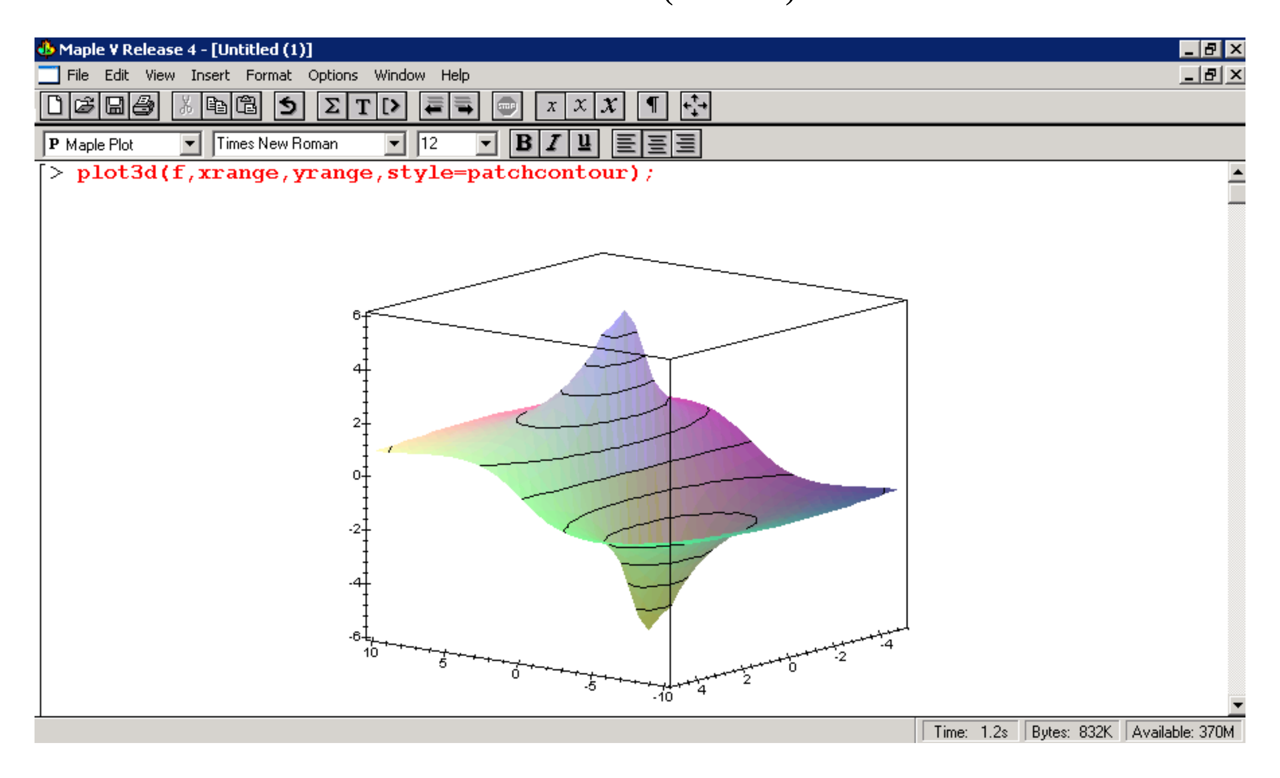
Et nous commençons:



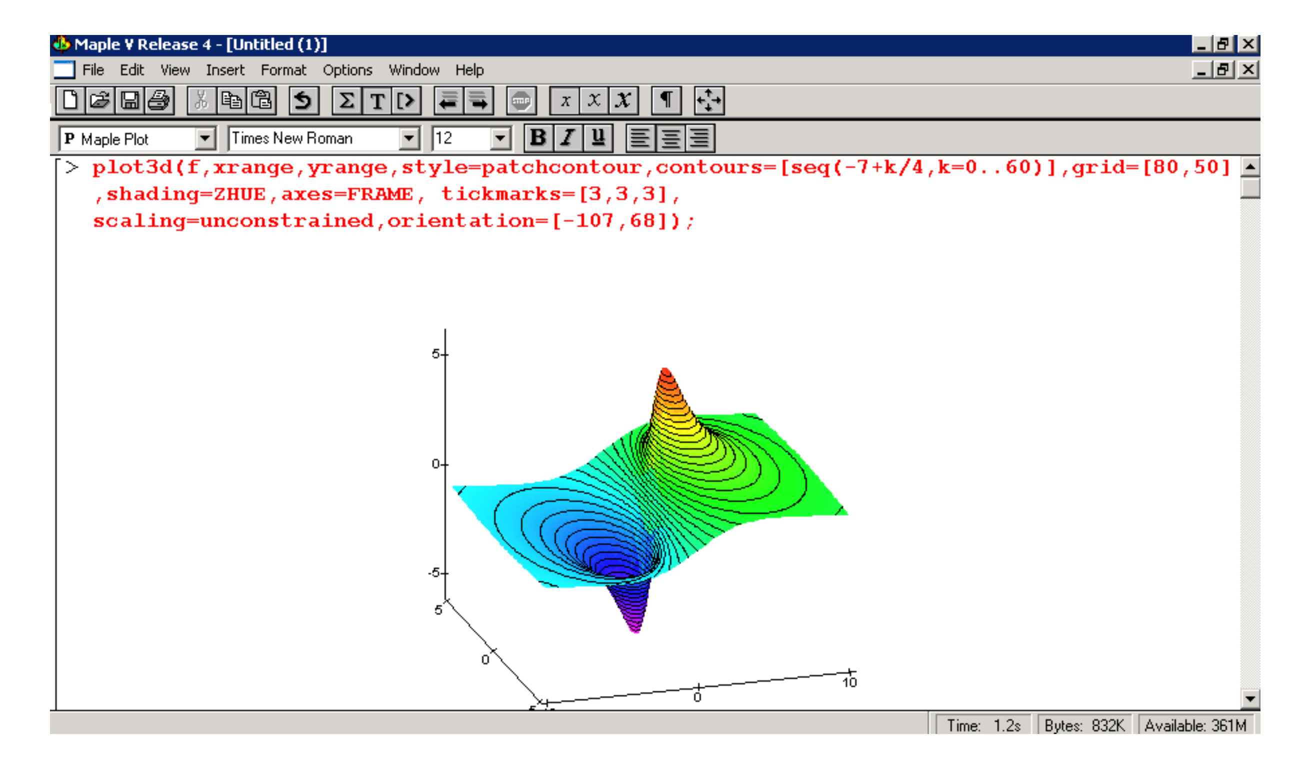
Deuxième étape nous améliorons un peu l'aspect:



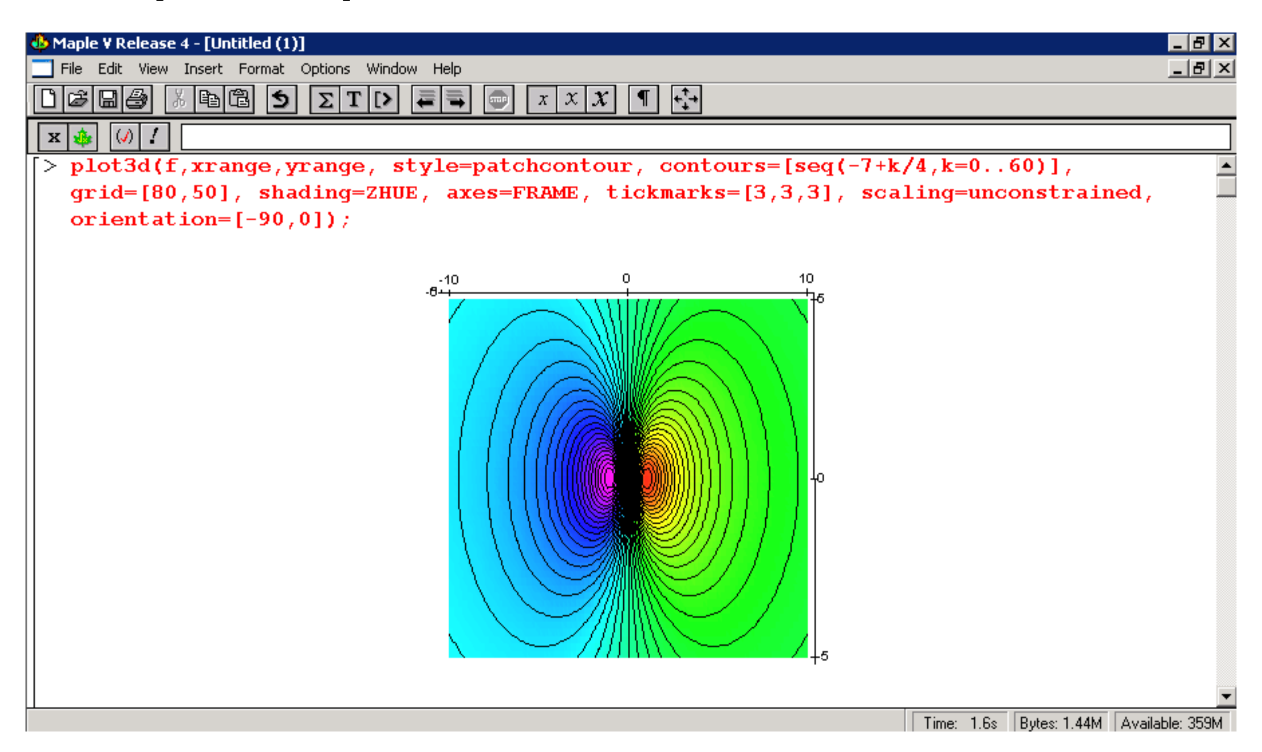
Nous mettons en évidence les courbes de niveau (isoclines):



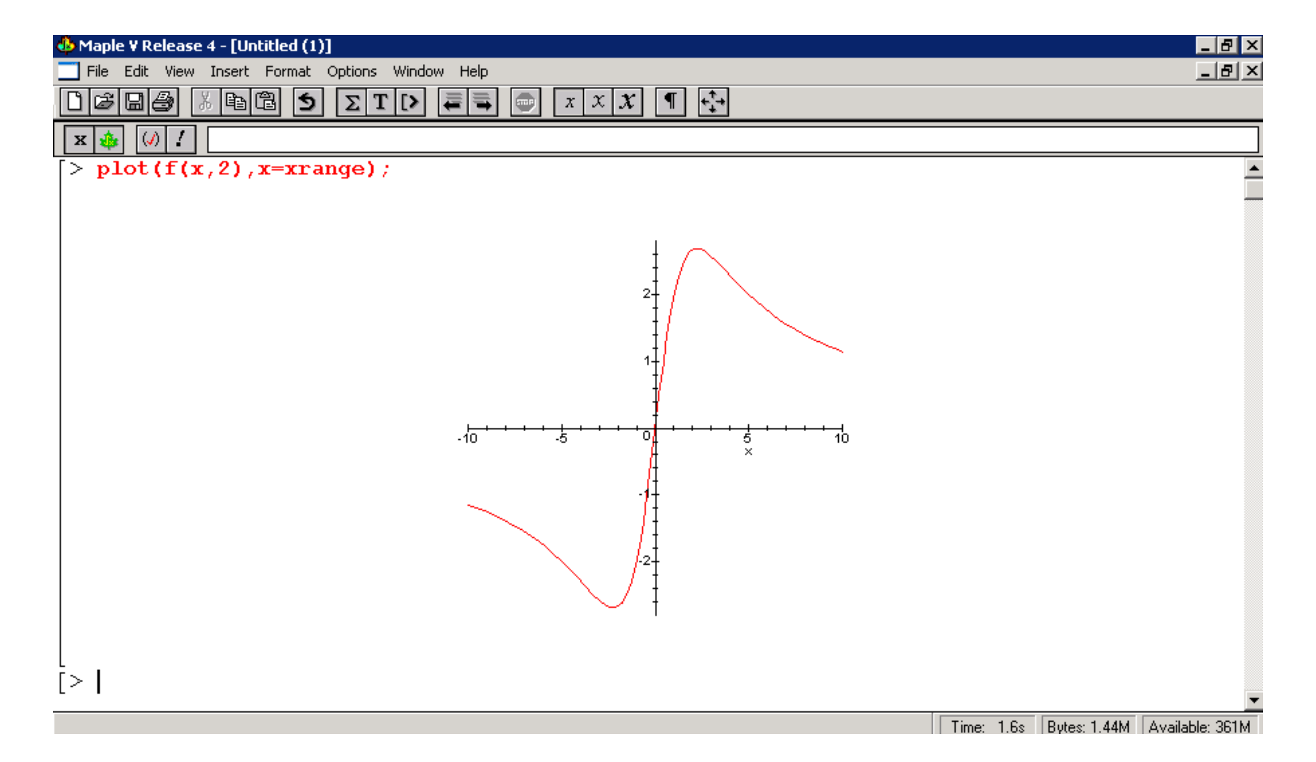
Ce n'est pas très beau donc améliorons cela:



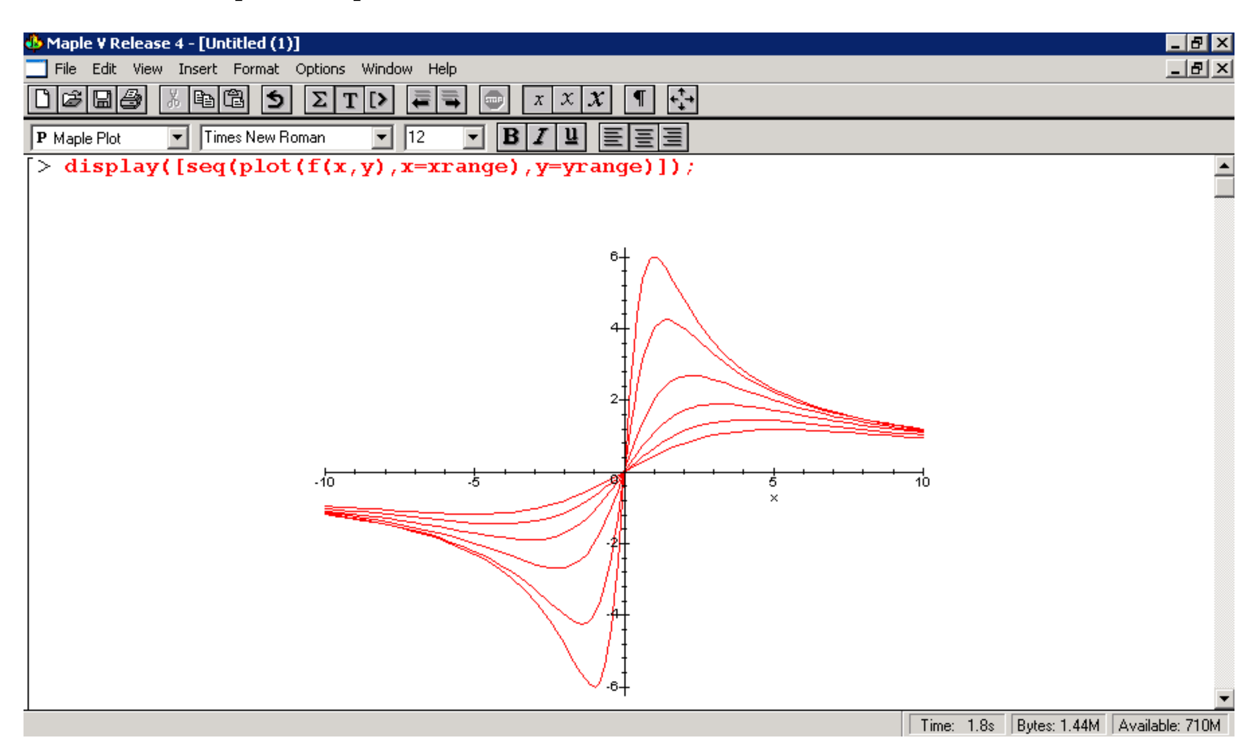
Avec une petite rotation pour voir du dessus:



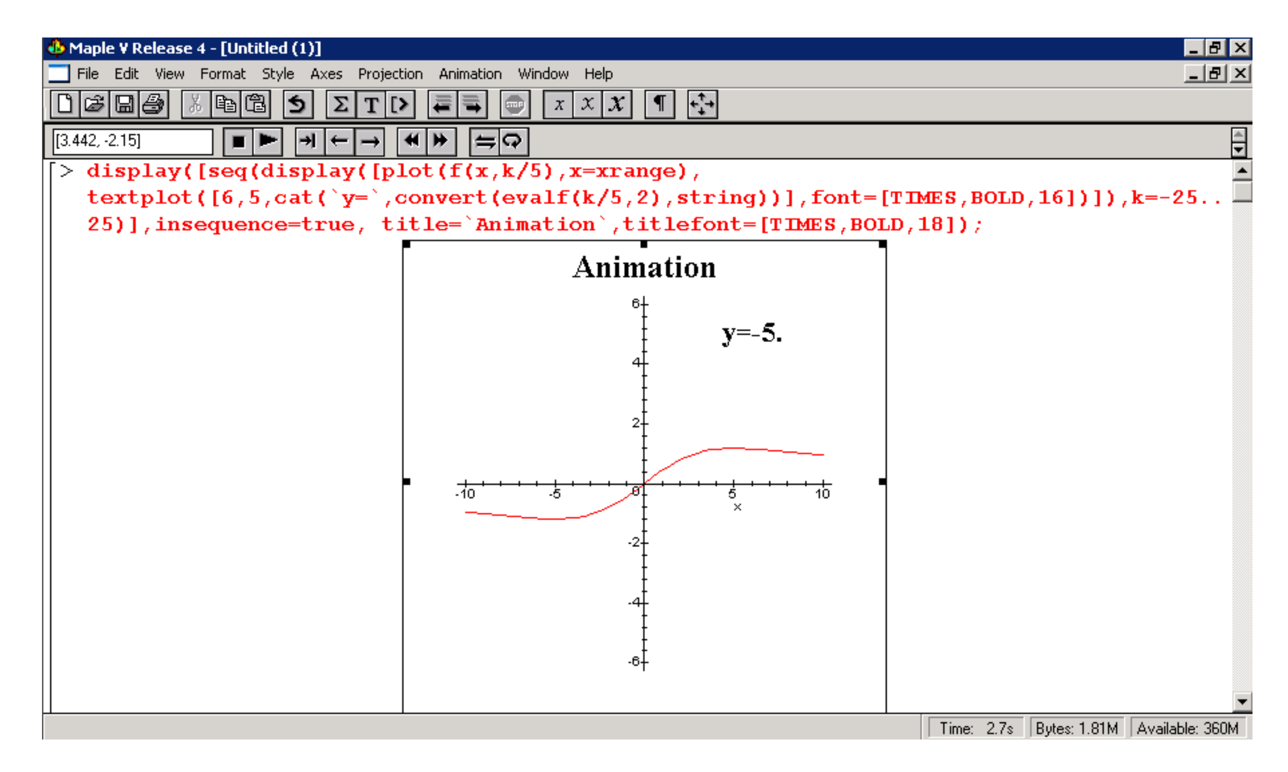
Et en coupe:



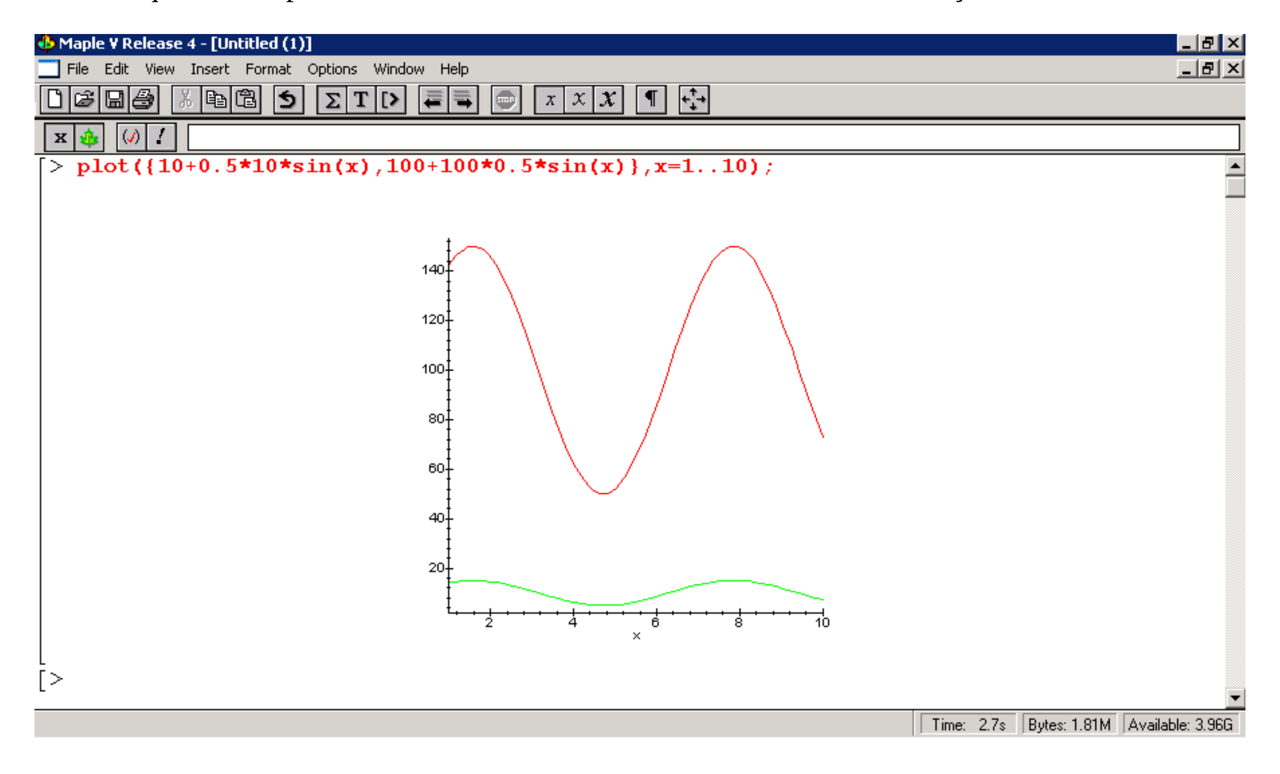
Ou avec des coupes multiples:



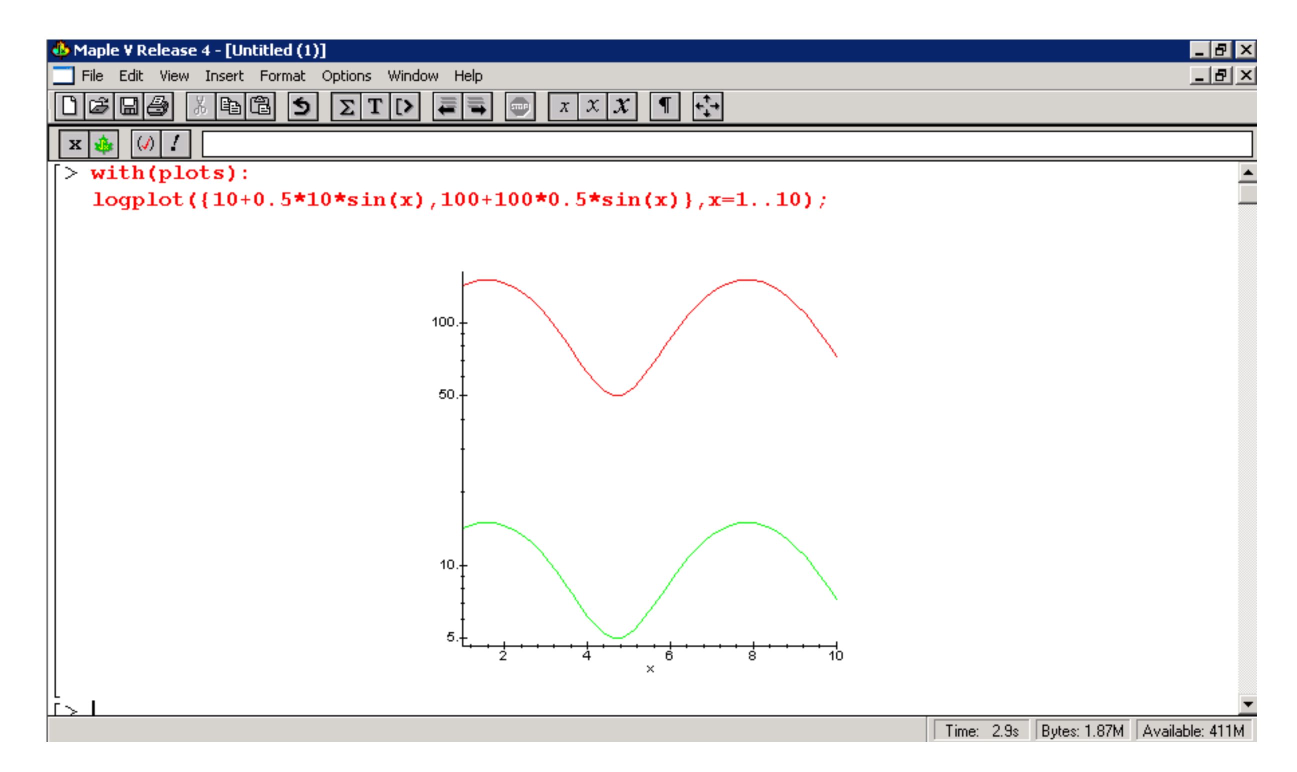
Le lecteur pourra aussi animer le précédent graphique avec la commande suivante:



Le logarithme en base 10 est très utilisé dans les représentations graphiques du point de vue scientifique lorsque l'on s'intéresse à des amplitudes de variations. Par exemple avec le logiciel Maple 4.02 nous avons sans échelle logarithmique pour deux sinus ayant pourtant par rapport à leur moyenne respective la même variation d'amplitude de 50% le résultat visible ci-dessous qui ne met pas nécessairement en évidence cet état de fait de façon triviale:



Alors qu'avec l'échelle logarithmique nous voyons bien que les variations sont de même amplitude relative:



Chapitre: Analyse complexe

Exemple d'application C-Linéaire avec Maple 17.00 et le script de Carl Ebehart:

C:\Documents and Settings\Administrateur\Mes documents\Downloads\ComplexPlaneTransformation.mw* - [Serve...

Fichier Édition (E) Affichage (V) Insertion Format Tableau Dessin Graphique Feuille de calcul (S) Outils Fenêtre (W) Aide (H)

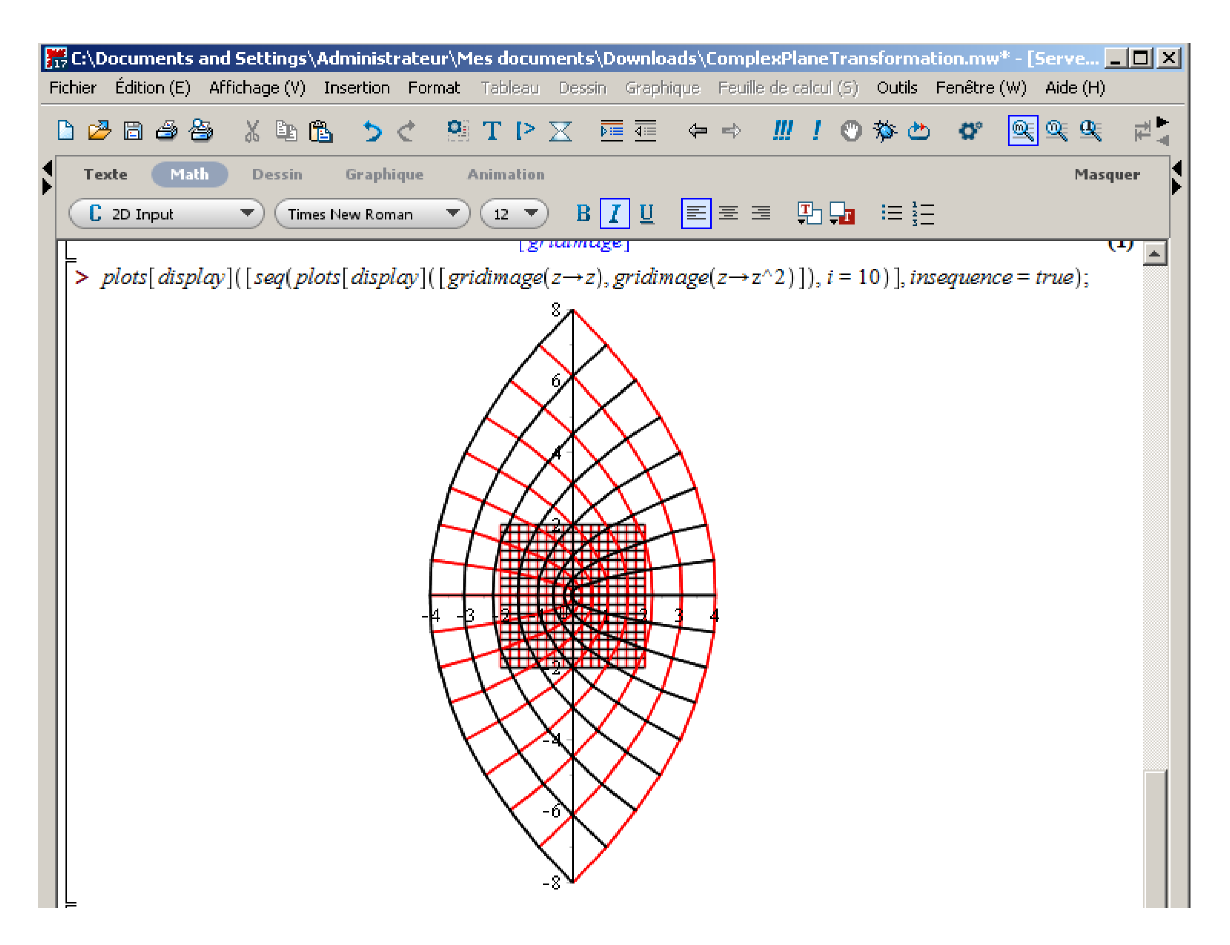
Texte Math Dessin Graphique Animation Masquer

2D Input | Times New Roman | 12

```
> complextools[gridimage] := proc(p)
  local llhc, width, height, xres, yres, clrs, V, H, i, j, k, l, pz, x, y, z, f, g, xtcs, ytcs, opts, margs;
  llhc := [−2, −2];
  width := 4; height := 4;
  xres := .25; yres := .25;
  xtcs := 1; ytcs := 1;
  clrs := [red, black];
  opts := NULL; opts := op(select(type, [args], `=`));
  margs := remove(type, [args], `=`);
  if nops(margs) > 1 and margs[2] ≠ `` then llhc := margs[2] fi:
  if nops(margs) > 2 and margs[3] ≠ `` then width := margs[3] fi:
  if nops(margs) > 3 and margs[4] ≠ `` then height := margs[4] fi:
  if nops(margs) > 4 and margs[5] ≠ `` then xres := margs[5] fi:
  if nops(margs) > 5 and margs[6] ≠ `` then yres := margs[6] fi:
  if nops(margs) > 6 and margs[7] ≠ `` then xtcs := margs[7] fi:
  if nops(margs) > 7 and margs[8] ≠ `` then ytcs := margs[8] fi:
  if nops(margs) > 8 and margs[9] ≠ `` then clrs := margs[9] fi:
  z := x + I*y;
  pz := evalc(p(z));
  f := unapply(evalc(Re(pz)), x, y); g := unapply(evalc(Im(pz)), x, y);
  V := plot( [
  seq([seq(op([[f(llhc[1] + i*xres, llhc[2] + (j−1)*yres/ytcs), g(llhc[1] + i*xres, llhc[2] + (j−1)
      *yres/ytcs)], [f(llhc[1] + i*xres, llhc[2] + j*yres/ytcs), g(llhc[1] + i*xres, llhc[2] + j*yres
      /ytcs)]]),
  j = 1 ..ytcs*height/yres)], i = 0 .. width/xres)
  ], color = clrs[1]);
  H := plot( [
  seq([seq(op([[f(llhc[1] + (j−1)*xres/xtcs, llhc[2] + i*yres),
  g(llhc[1] + (j−1)*xres/xtcs, llhc[2] + i*yres)],
  [f(llhc[1] + j*xres/xtcs, llhc[2] + i*yres),
  g(llhc[1] + j*xres/xtcs, llhc[2] + i*yres)]]),
  j = 1 ..xtcs*width/xres)], i = 0 .. height/yres)
  ], color = clrs[2]);
  plots[display]([V, H], scaling = constrained, opts);
  end:
  with(complextools);
                                   [gridimage]                                   (1)
> plots[display]([seq(plots[display]([gridimage(z→z), gridimage(z→z^2)]), i = 10)], insequence = true);
> |
```

● Prêt   C:\Documents and Settings\Administrateur\Mes documents\Downloads   Mémoire: 30.37M   Temps: 0.04s   Mode Math

Dont les plots donneront:



Application et contrôles des résultats obtenus avec la transformation de Joukovski:

Maple V Release 4 - [Untitled (1)]

File Edit View Insert Format Options Window Help

```
> assume(x,real,y,real);
> z:=x+I*y;
```

$$z := x\sim + I\,y\sim$$

```
> F:=1/2*(z+1/z);
```

$$F := \frac{1}{2}x\sim + \frac{1}{2}I\,y\sim + \frac{1}{2}\frac{1}{x\sim + I\,y\sim}$$

```
> u:=Re(F);
```

$$u := \frac{1}{2}x\sim + \frac{1}{2}\Re\left(\frac{1}{x\sim + I\,y\sim}\right)$$

```
> u:=evalc(u);
```

$$u := \frac{1}{2}x\sim + \frac{1}{2}\frac{x\sim}{x\sim^2 + y\sim^2}$$

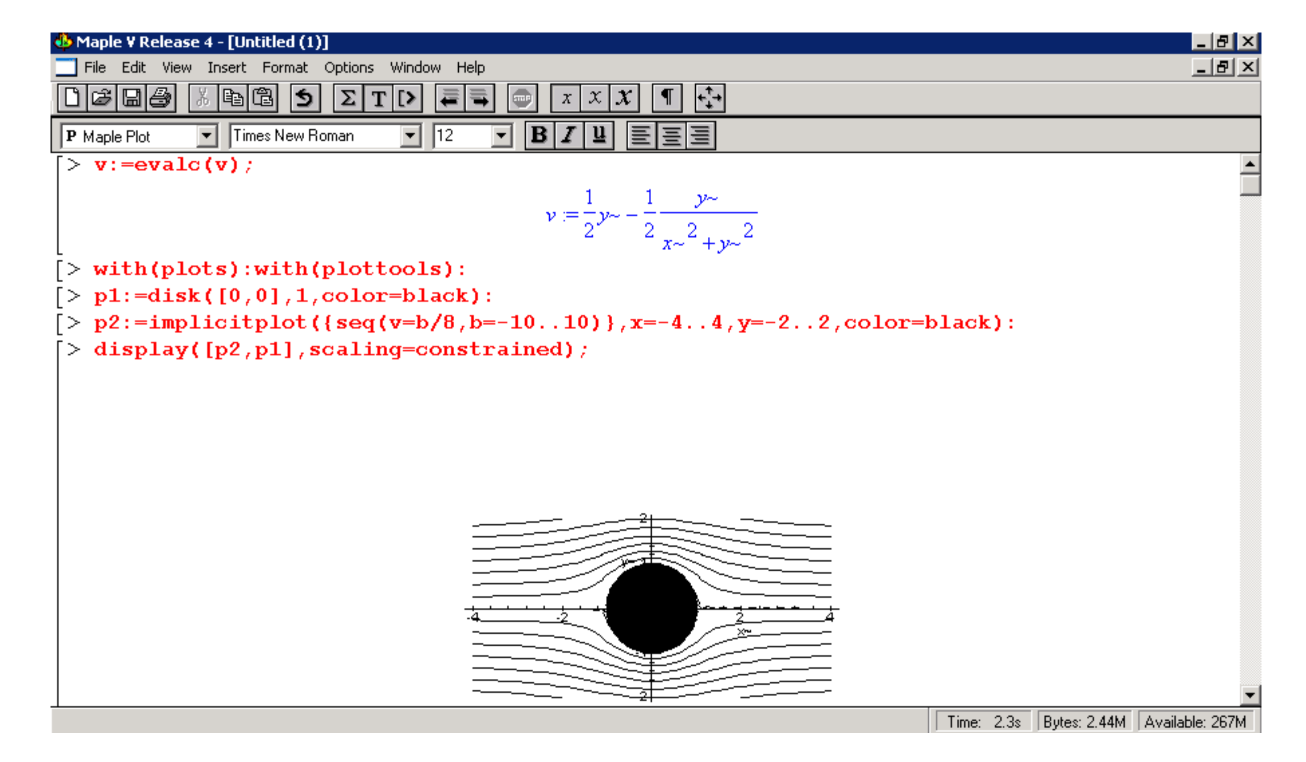
```
> v:=Im(F);
```

$$v := \frac{1}{2}y\sim + \frac{1}{2}\Im\left(\frac{1}{x\sim + I\,y\sim}\right)$$

```
>
```

Time: 0.0s Bytes: 0.0K Available: 4.00G

et au final:



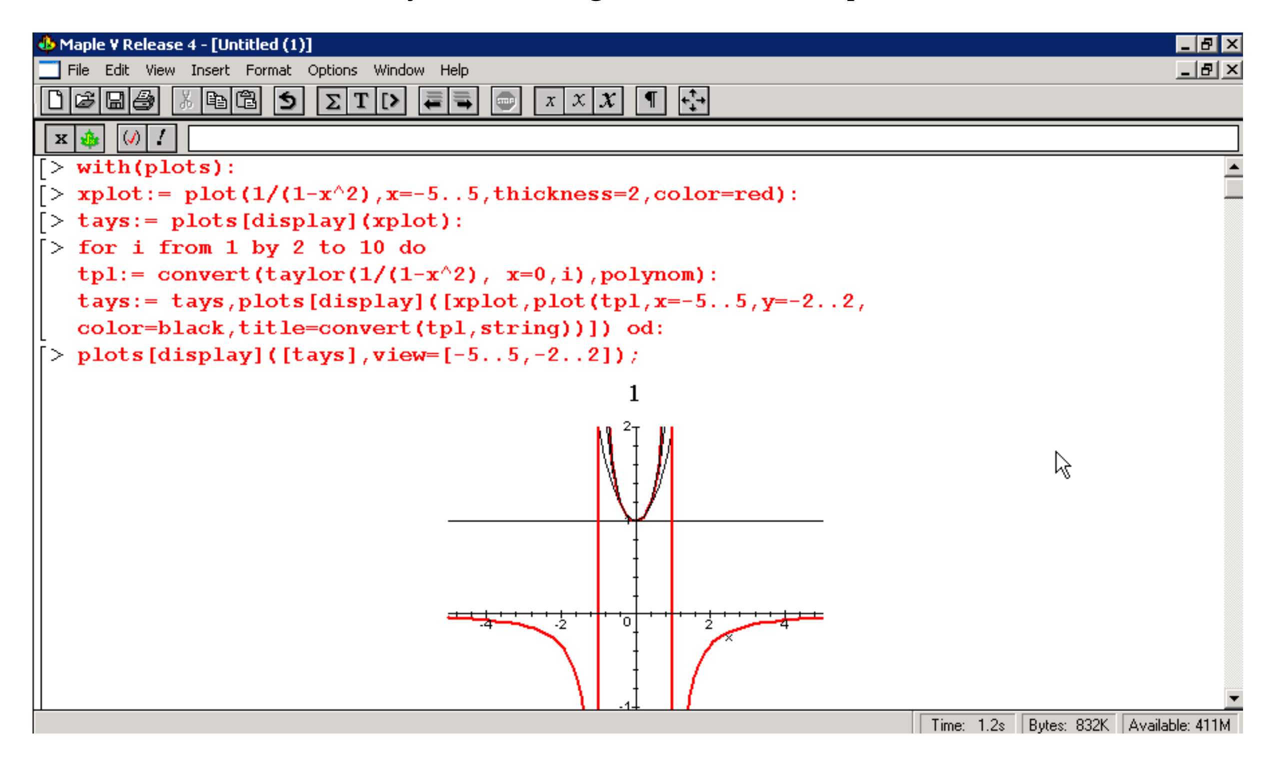
Représentation graphique du logarithme complexe:

```
Maple V Release 4 - [Untitled (1)]
File Edit View Insert Format Options Window Help
> plot3d([r*cos(f),r*sin(f),f],r=0..1,f=-2*Pi..2*Pi,axes=framed,style=patch
,shading=ZHUE);
Time: 0.2s  Bytes: 832K  Available: 224M
```

Représentation graphique en série de puissance de:

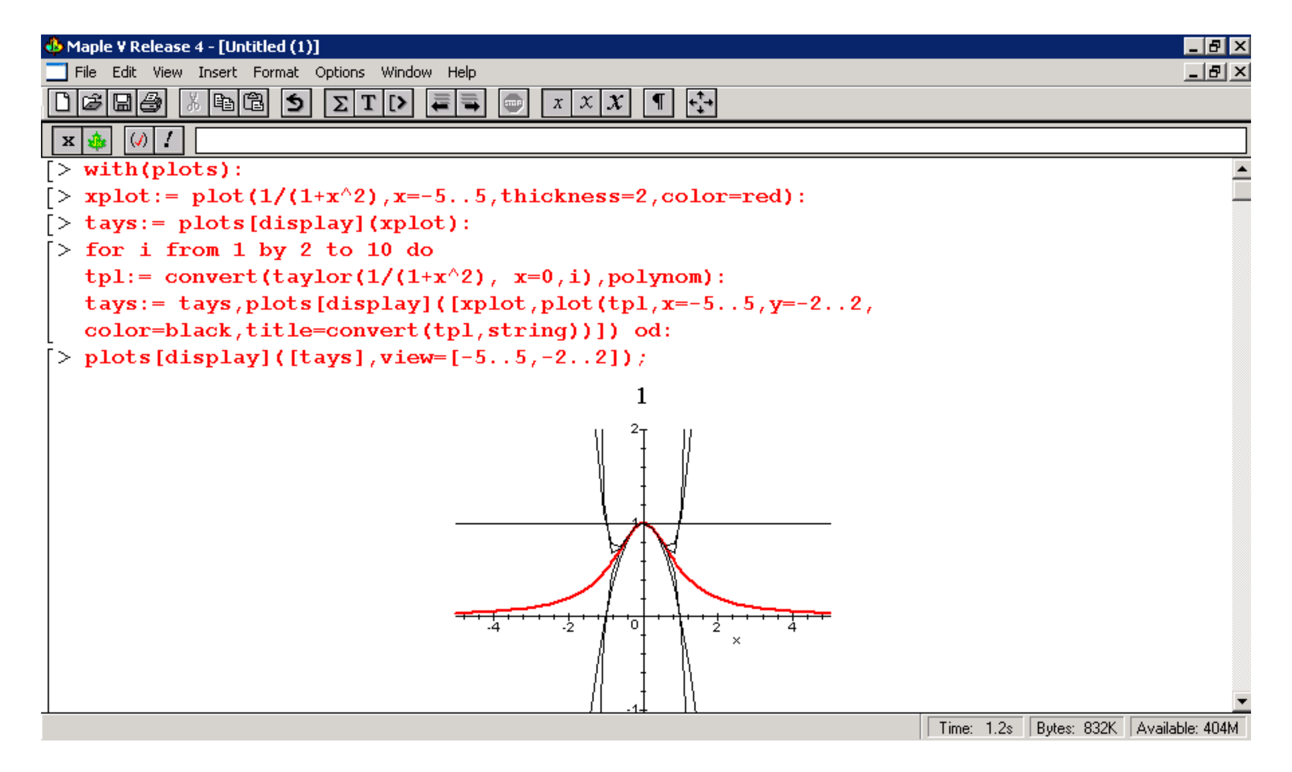
$$g(x)=\frac{1}{1-x^2}=\sum_{n=0}^{+\infty}x^{2n}$$

Pour mettre en évidence le rayon de convergence de la série de puissance.

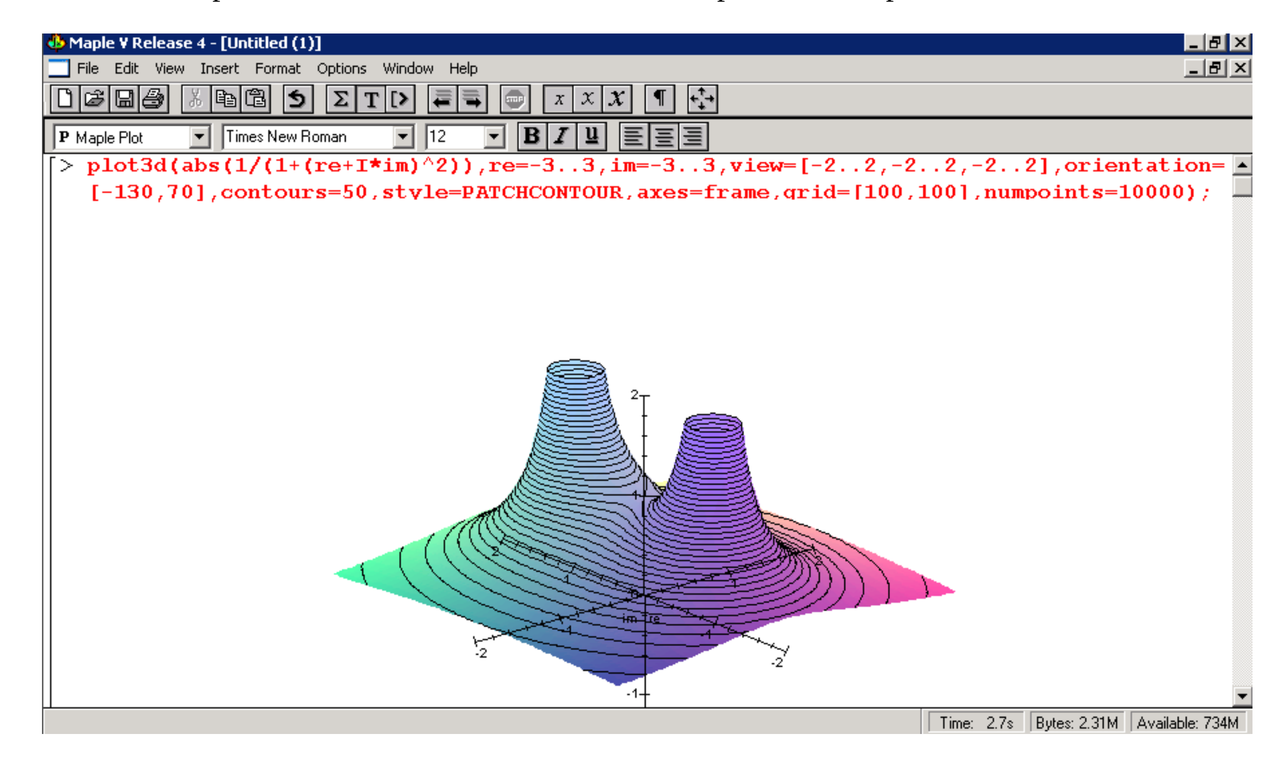


Et de façon beaucoup moins intuitive, la même démarche pour la fonction suivante qui a "curieusement" le même rayon de convergence dans les réels:

$$h(x)=\frac{1}{1+x^2}=\sum_{n=0}^{+\infty}(-1)^n x^{2n}$$

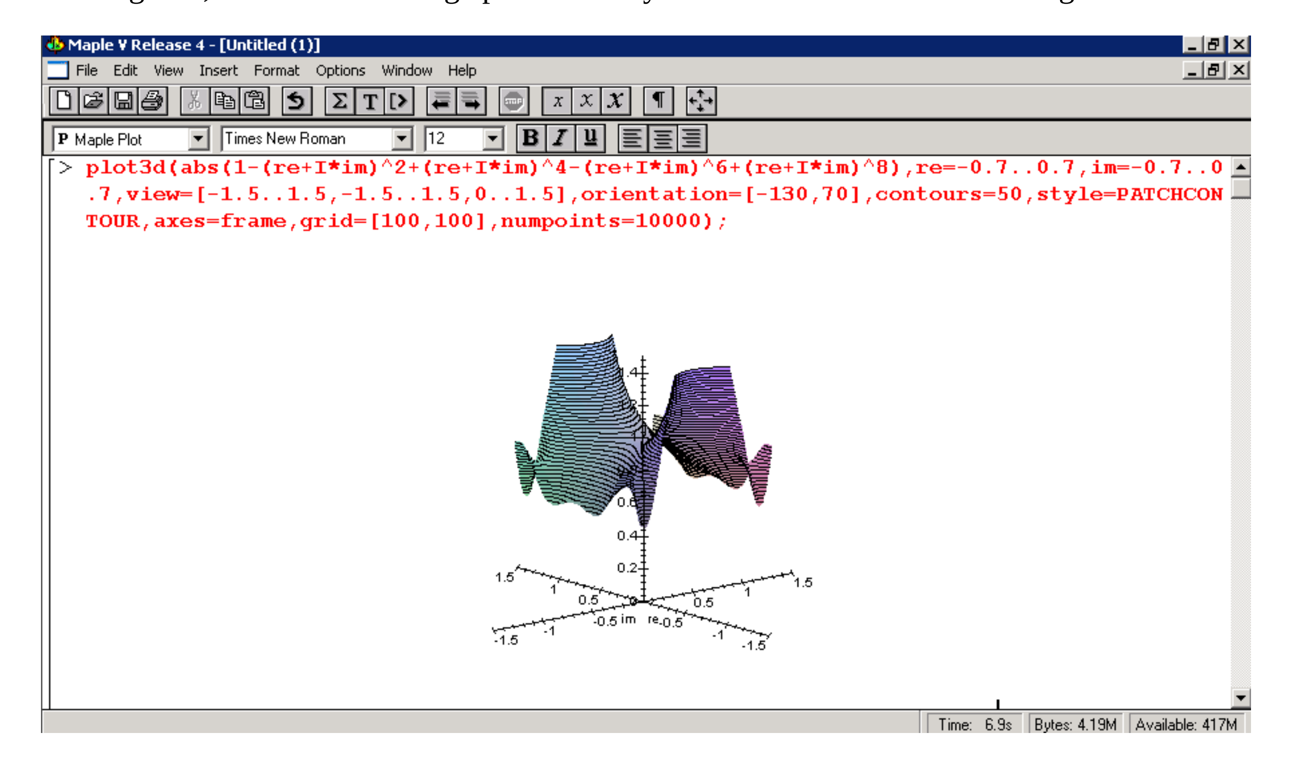


Mais si nous plottons cette dernière fonction dans le plan des complexes, nous avons:

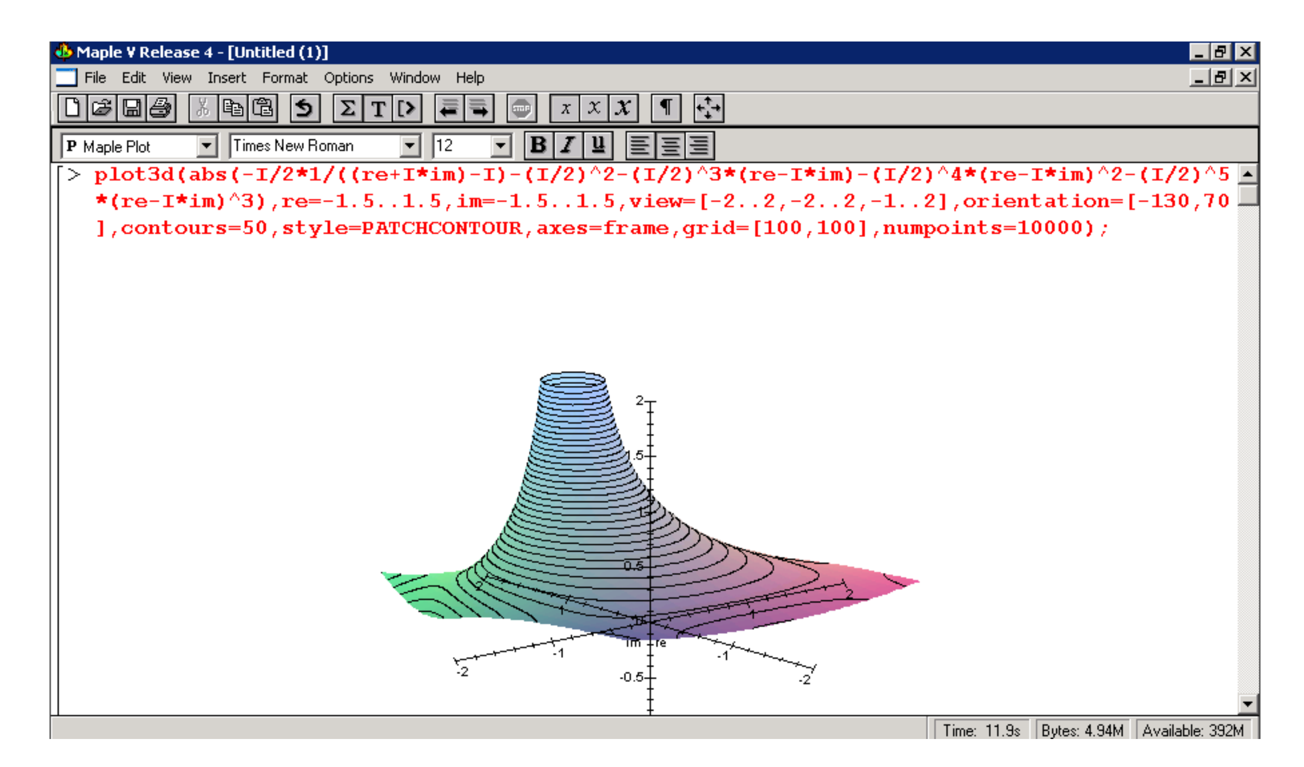


Donc lorsque nous développons une fonction en série de puissances, nous concluons que son rayon de convergence est défini par tout le plan complexe et non par l'axe traditionnel de l'analyse réelle.

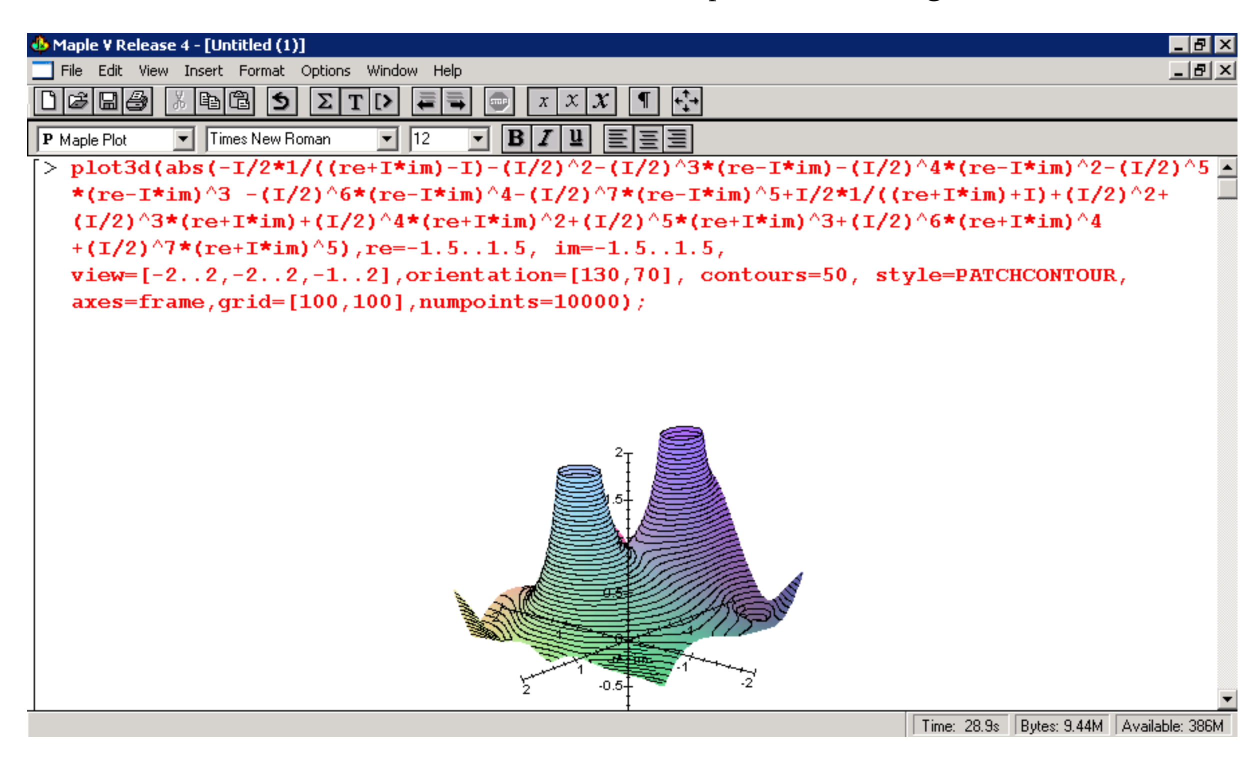
Avec notre fonction $h(x)$ exprimée en utilisant un développement de Maclaurin sur 5 termes, nous voyons immédiatement avec Maple 4.00b que sur les bords du carré inscrit au disque de convergence, la série ne converge plus et nous y devinons le début des deux singularités:



Et la série de Laurent autour de la singularité i donne:

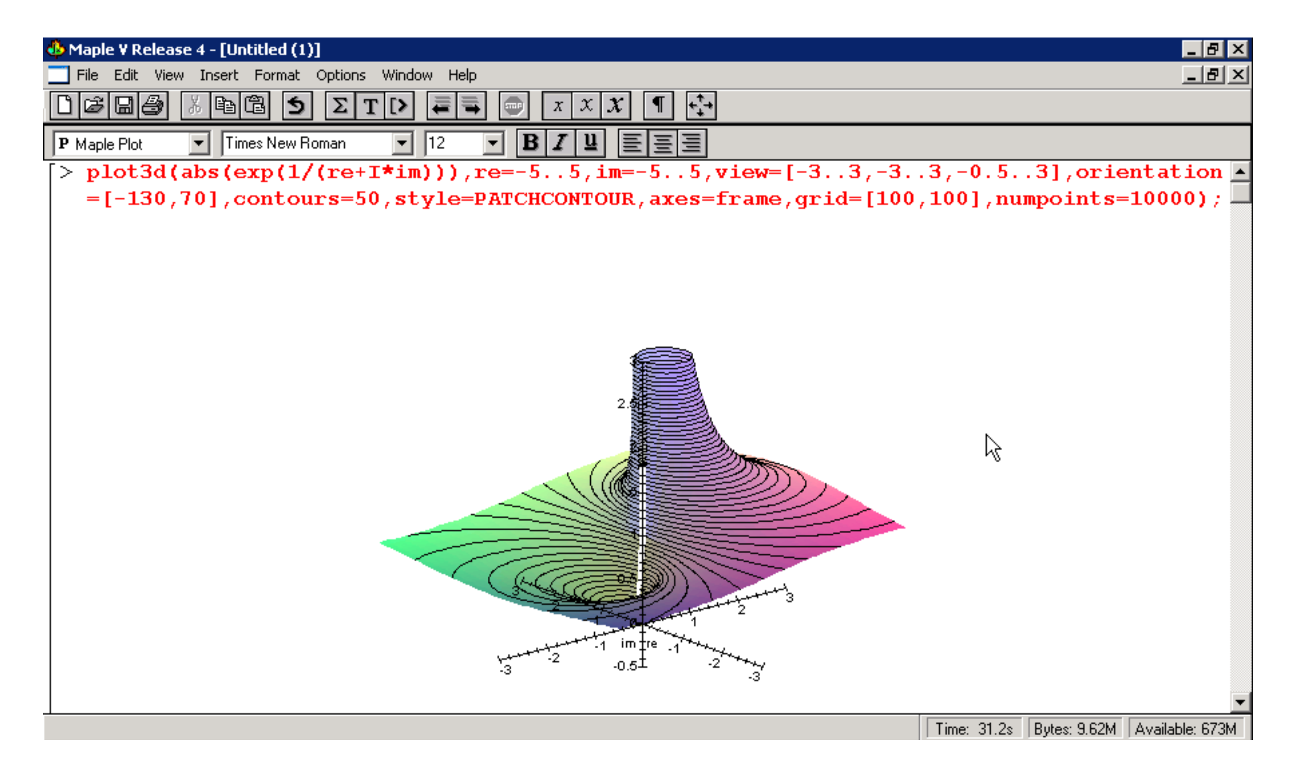


Si nous faisons la somme des deux séries de Laurent pour les deux singularités avec 7 termes:



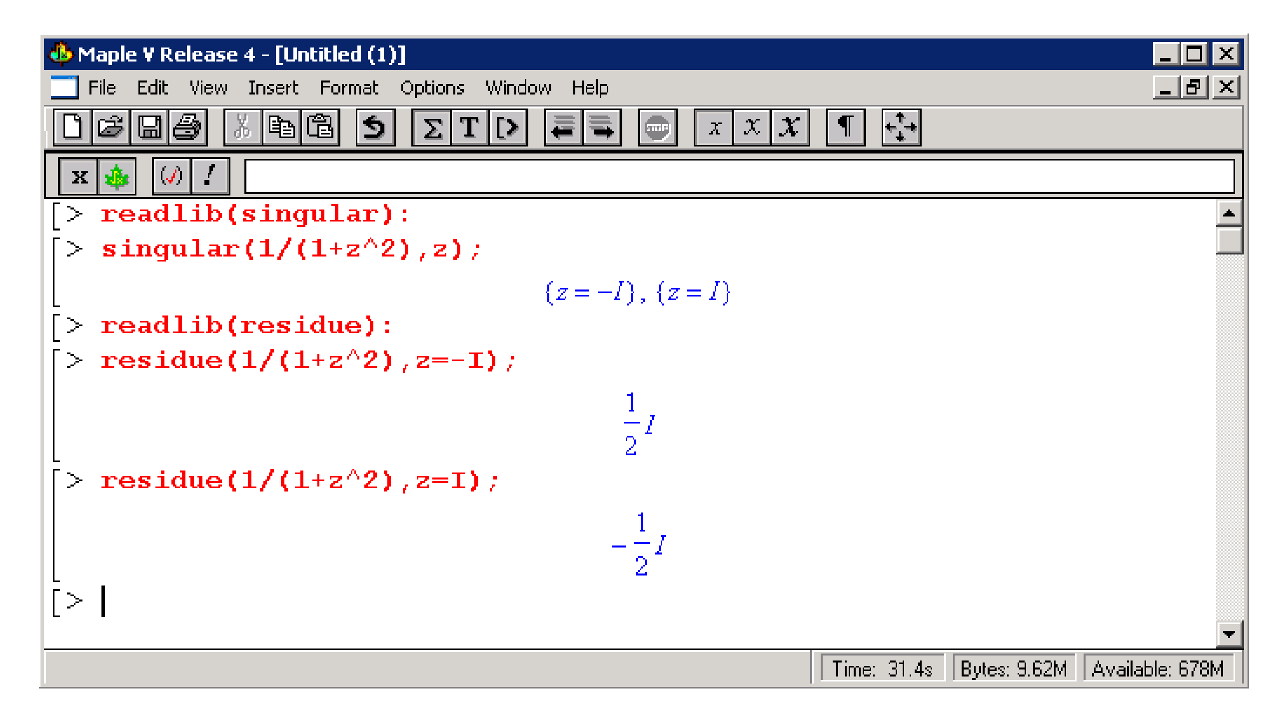
Et un autre exemple mettant en évidence la singularité essentielle en $z_0 = 0$ de:

$$f(z) = e^{\frac{1}{z}}$$



Et maintenant, détermination des pôles et résidus de la fonction:

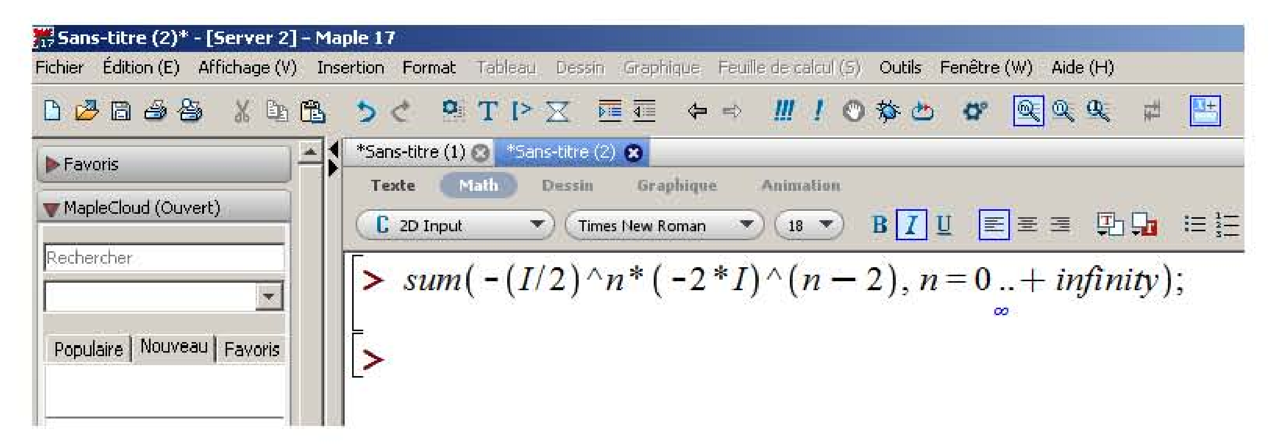
$$f(z) = \frac{1}{1+z^2}$$



La première singularité est bien un pôle puisque en développant à l'infini:

$$\frac{1}{z^2+1} = -\frac{i}{2}\frac{1}{z-i} - \left(\frac{i}{2}\right)^2 - \left(\frac{i}{2}\right)^3 (z-i) - \left(\frac{i}{2}\right)^4 (z-i)^2 - \ldots$$

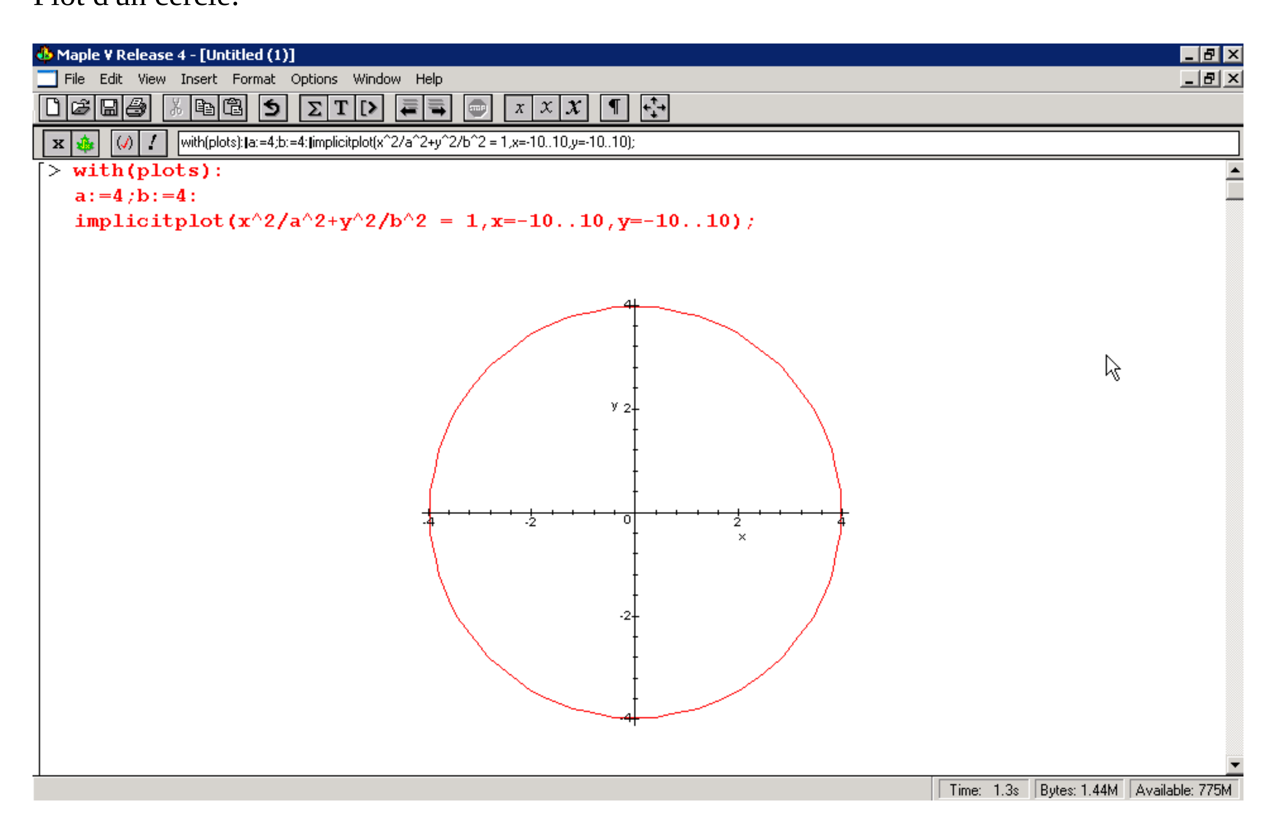
en cette singularité nous avons:



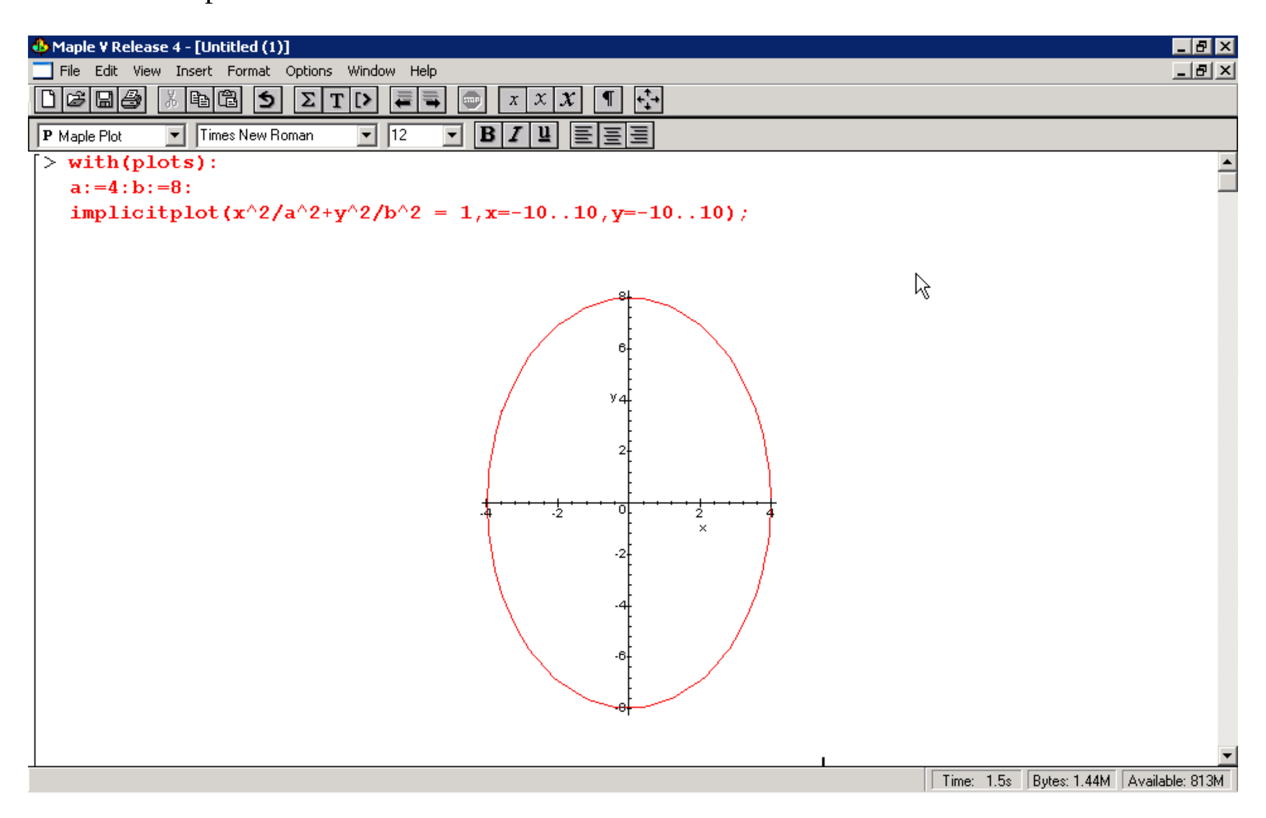
Section: Géométrie

Chapitre: Géométrie Analytique

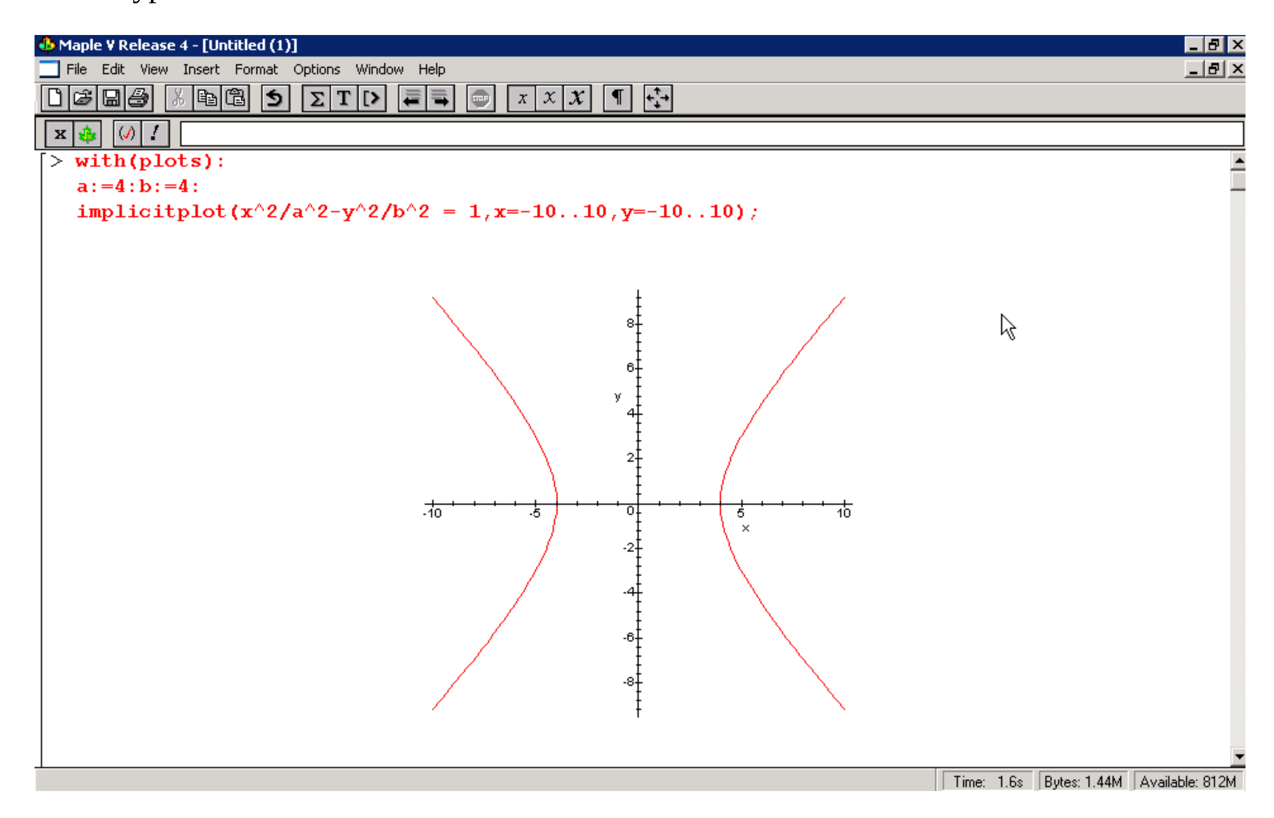
Plot d'un cercle:



Plot d'une ellipse:



Plot d'hyperboles:



Plot pour montrer qu'une parabole (ou in extenso un cercle ou une ellipse) peuvent être vue comme l'intersection d'un plan avec un cône:

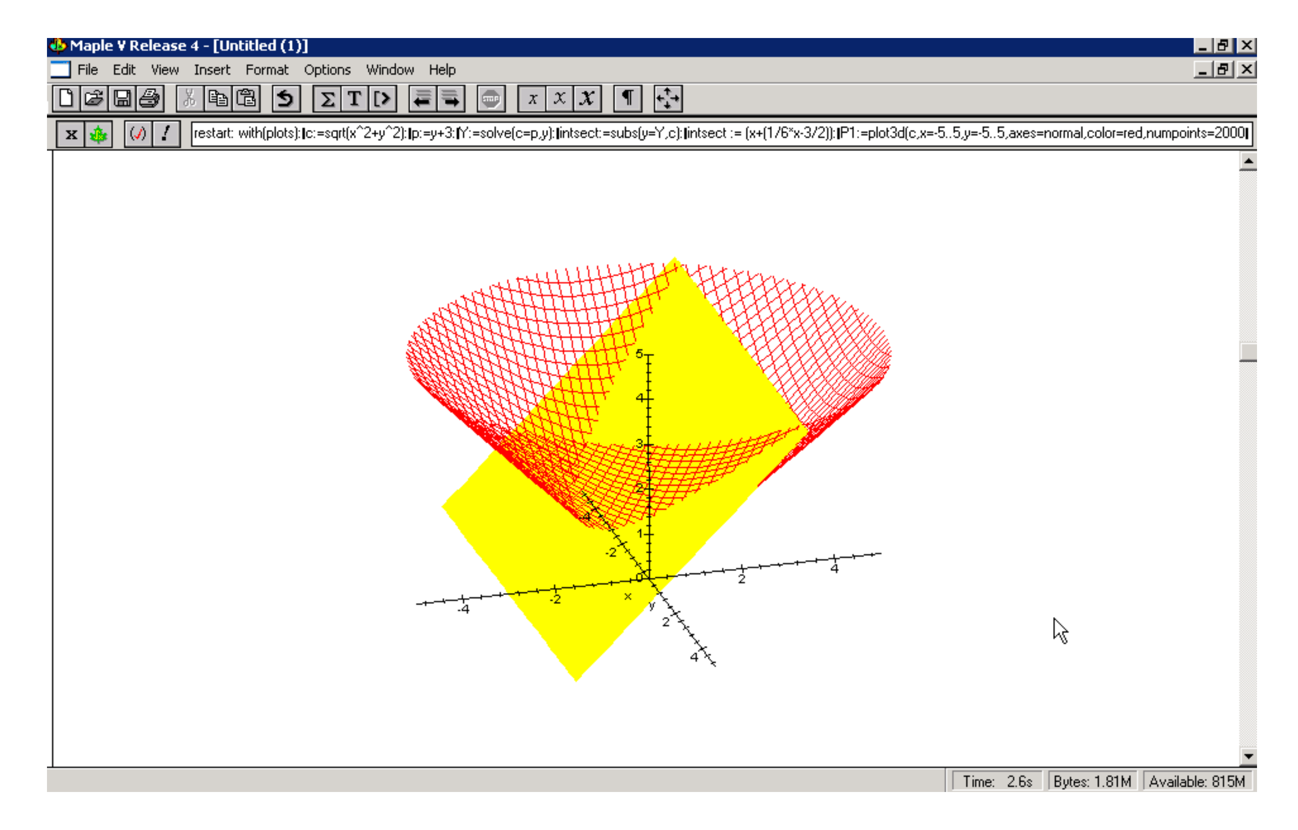
Maple V Release 4 - [Untitled (1)]

File Edit View Insert Format Options Window Help

```
> restart: with(plots):
  c:=sqrt(x^2+y^2):
  p:=y+3:
  Y:=solve(c=p,y):
  intsect:=subs(y=Y,c):
  intsect := (x+(1/6*x-3/2)):
  P1:=plot3d(c,x=-5..5,y=-5..5,axes=normal,color=red,numpoints=2000
  ,view=[-5..5,-5..5,0..5],style=wireframe):
  P2:=plot3d(p,x=-5..5,y=-5..5,axes=normal,color=yellow,numpoints=2000
  ,view=[-5..5,-5..5,0..5],style=patchnogrid):
  display(P1,P2,scaling=constrained, orientation=[-10,75]);
```

Time: 2.6s Bytes: 1.81M Available: 815M

ce qui donne:



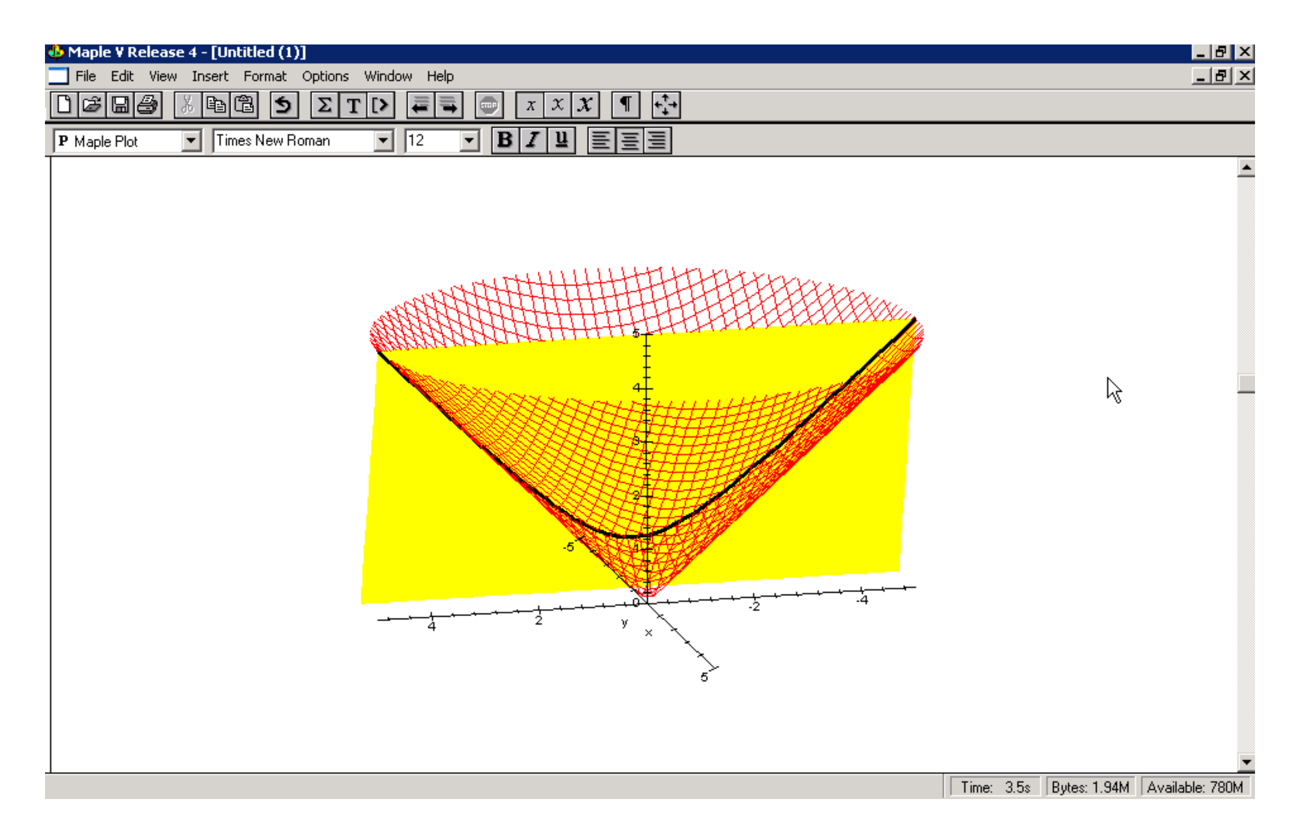
ou pour une hyperbole:

Maple V Release 4 - [Untitled (1)]

```
> restart: with(plots):
  c:=sqrt(x^2+y^2):
  p:=4*y+5:
  Y:=solve(c=p,y):
  intsect:=subs(y=Y[1],c):
  P1:=plot3d(c,x=-5..5,y=-5..5,axes=normal,color=red,numpoints=2000
  ,view=[-5..5,-5..5,0..5],style=wireframe):
  P2:=plot3d(p,x=-5..5,y=-5..5,axes=normal,color=yellow,numpoints=2000
  ,view=[-5..5,-5..5,0..5],style=patchnogrid):
  P3:=spacecurve([x,Y[1],intsect],x=-5..5,color=black,thickness=3):
  P3:=spacecurve([x,Y[1],intsect],x=-5..5,color=black,thickness=3):
  display(P1,P2,P3,scaling=constrained);
```

Time: 3.5s | Bytes: 1.94M | Available: 795M

Ce qui donne:

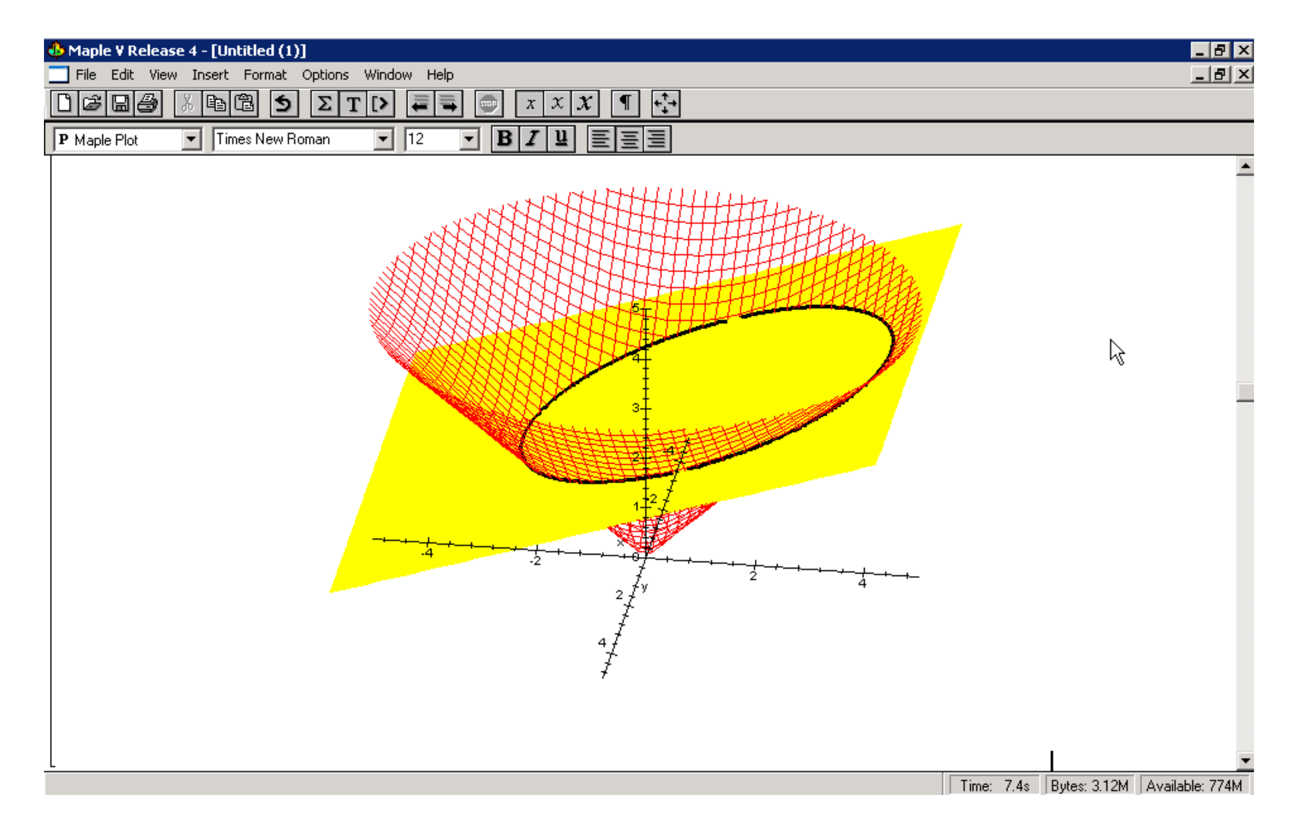


Ou pour une ellipse:

```
> restart: with(plots):
  c:=sqrt(x^2+y^2):
  p:=y/3+3:
  Y:=solve(c=p,y):
  E1:=subs(y=Y[1],c):
  E2:=subs(y=Y[2],c):
  P1:=plot3d(c,x=-5..5,y=-5..5,axes=normal,color=red,numpoints=2000,
  view=[-5..5,-5..5,0..5],style=wireframe):
  P2:=plot3d(p,x=-5..5,y=-5..5,axes=normal,color=yellow,numpoints=2000,
  view=[-5..5,-5..5,0..5],style=patchnogrid):
  P3:=spacecurve({[x,Y[1],E1],[x,Y[2],E2]},x=-5..5,color=black,thickness=3,numpoints=2000):
  display(P1,P2,P3,scaling=constrained);
```

Time: 7.4s Bytes: 3.12M Available: 769M

ce qui donne:



Et enfin pour l'obtention d'un cercle:

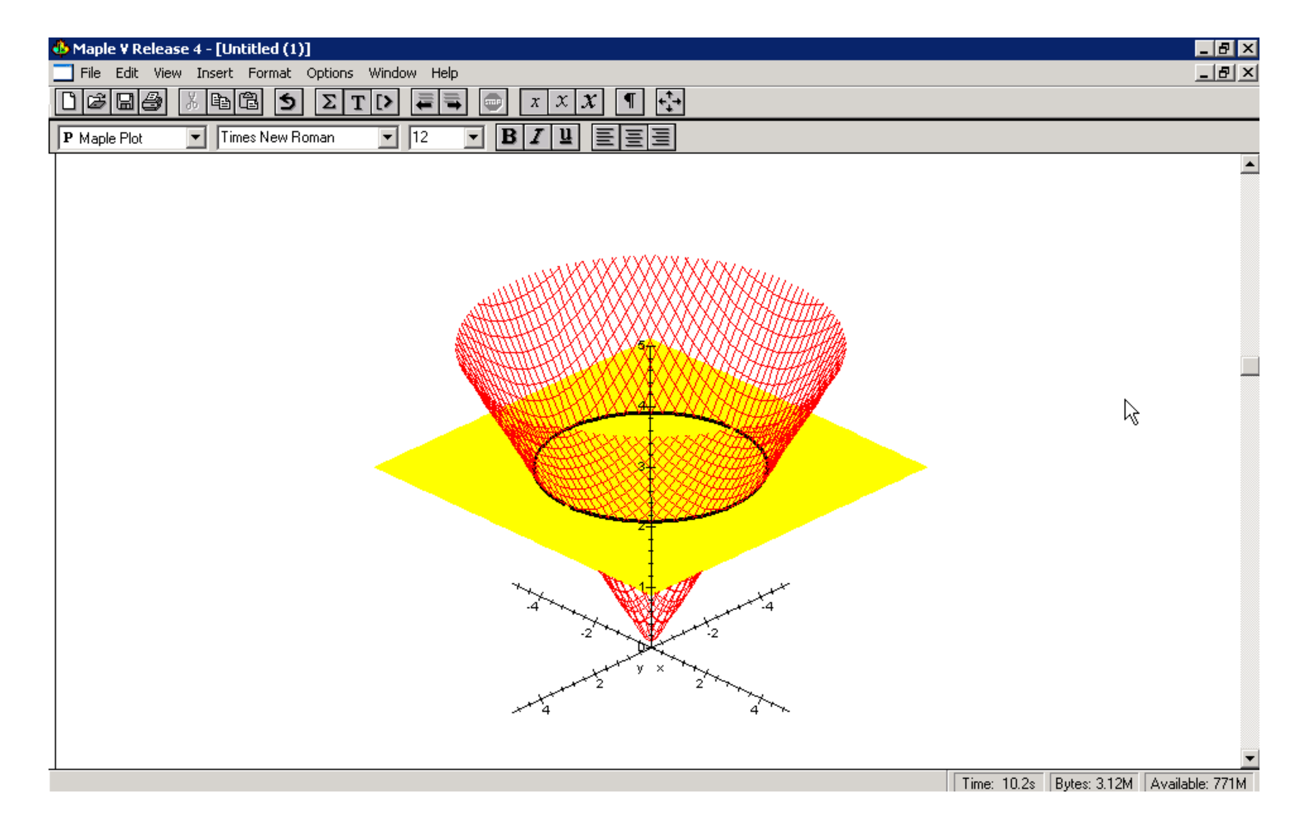
Maple V Release 4 - [Untitled (1)]

File Edit View Insert Format Options Window Help

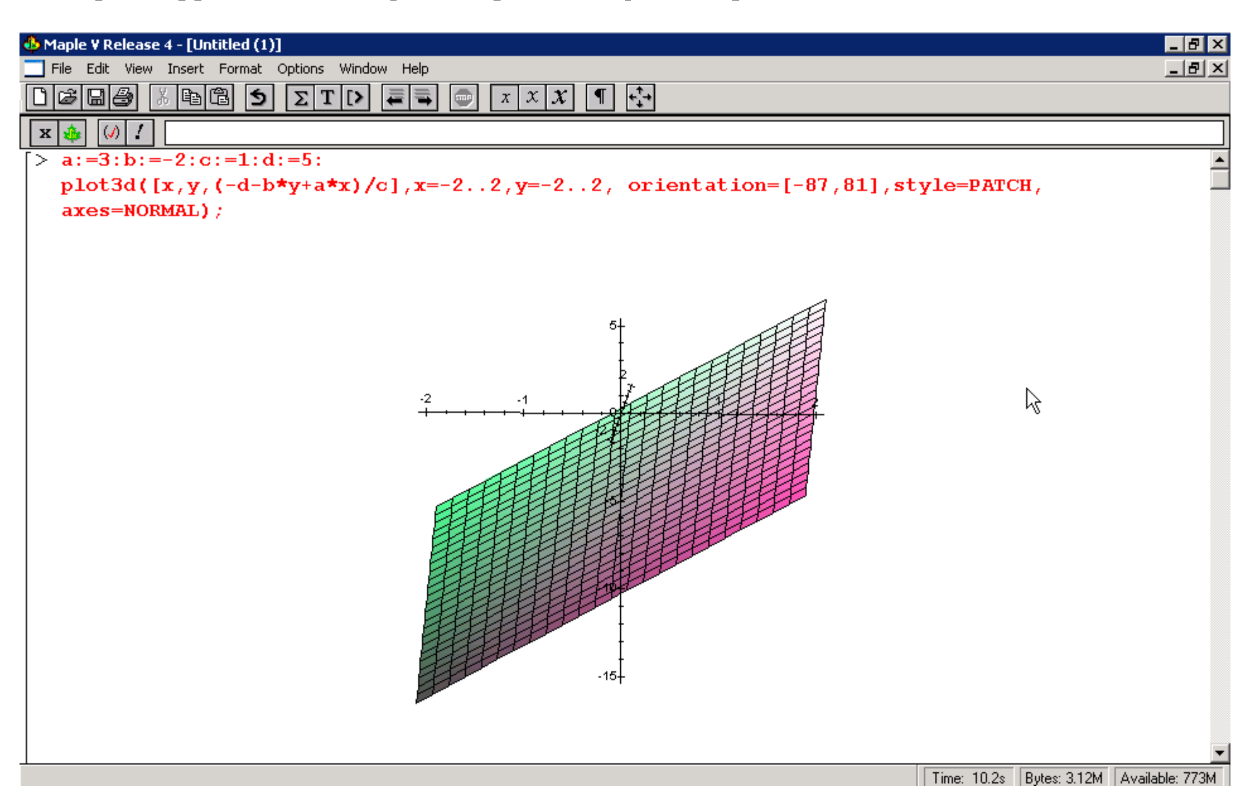
```
> restart: with(plots):
  c:=sqrt(x^2+y^2):
  p:=3:
  Y:=solve(c=p,y):
  circ1:=subs(y=Y[1],c):
  circ2:=subs(y=Y[2],c):
  P1:=plot3d(c,x=-5..5,y=-5..5,axes=normal,color=red,numpoints=2000,
  view=[-5..5,-5..5,0..5],style=wireframe):
  P2:=plot3d(p,x=-5..5,y=-5..5,axes=normal,color=yellow,numpoints=2000,
  view=[-5..5,-5..5,0..5],style=patchnogrid):
  P3:=spacecurve({[x,Y[1],circ1],[x,Y[2],circ2]},
  x=-5..5,color=black,thickness=3,numpoints=2000):
  display(P1,P2,P3);
```

Time: 10.2s Bytes: 3.12M Available: 772M

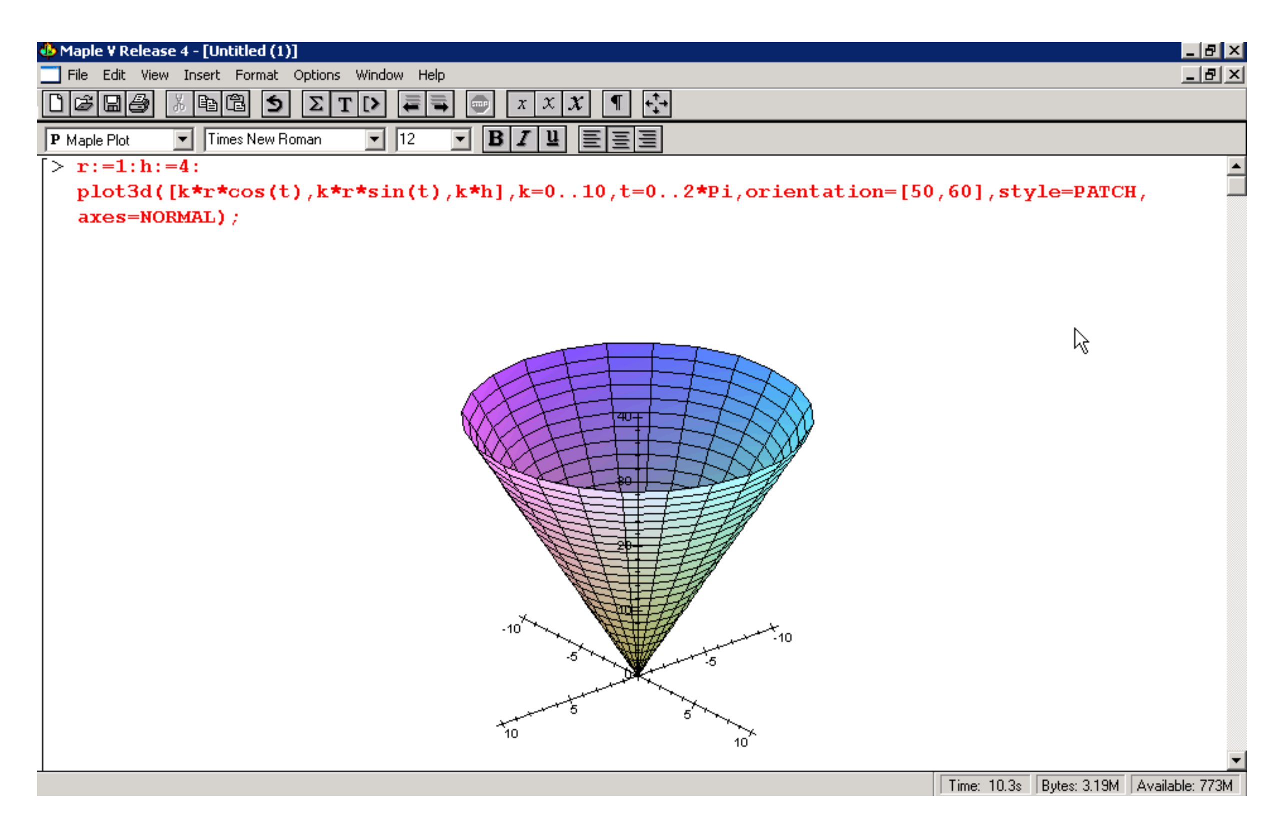
Ce qui donne:



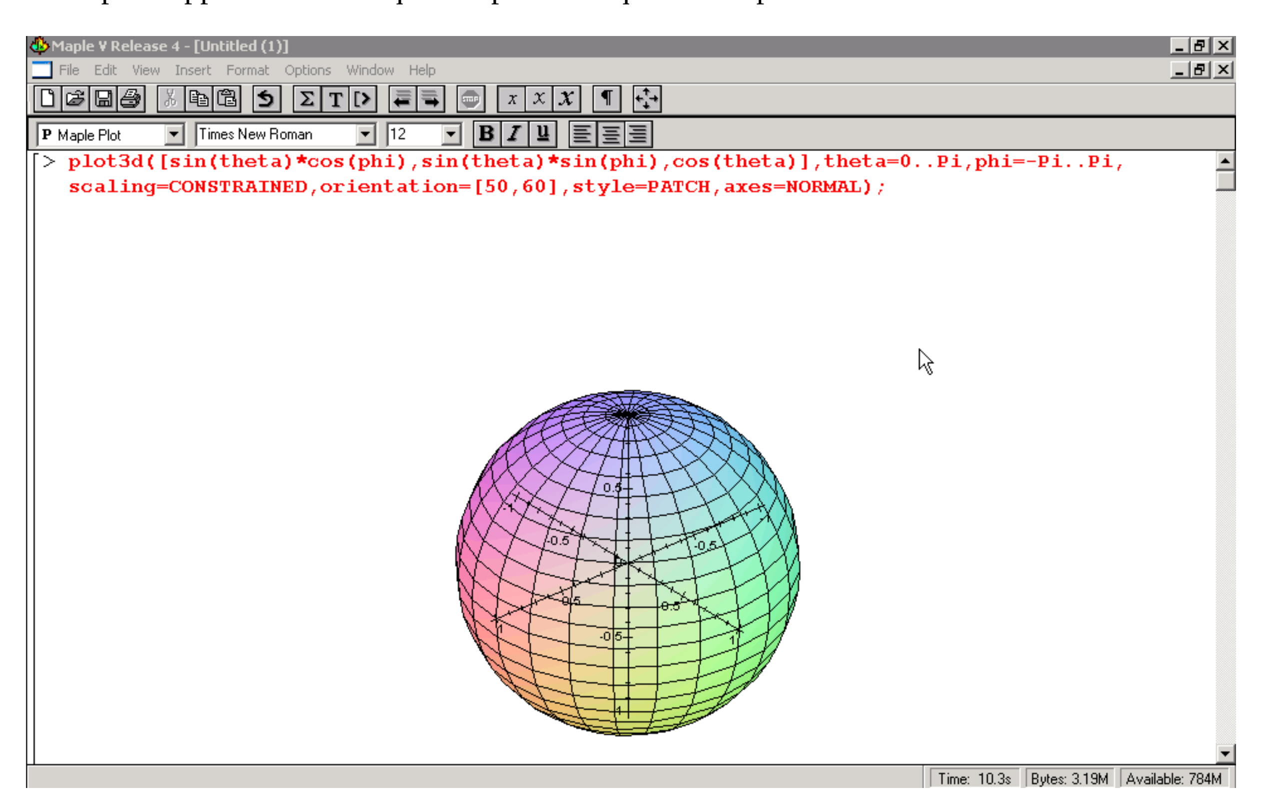
Exemple d'application de l'équation paramétrique d'un plan:



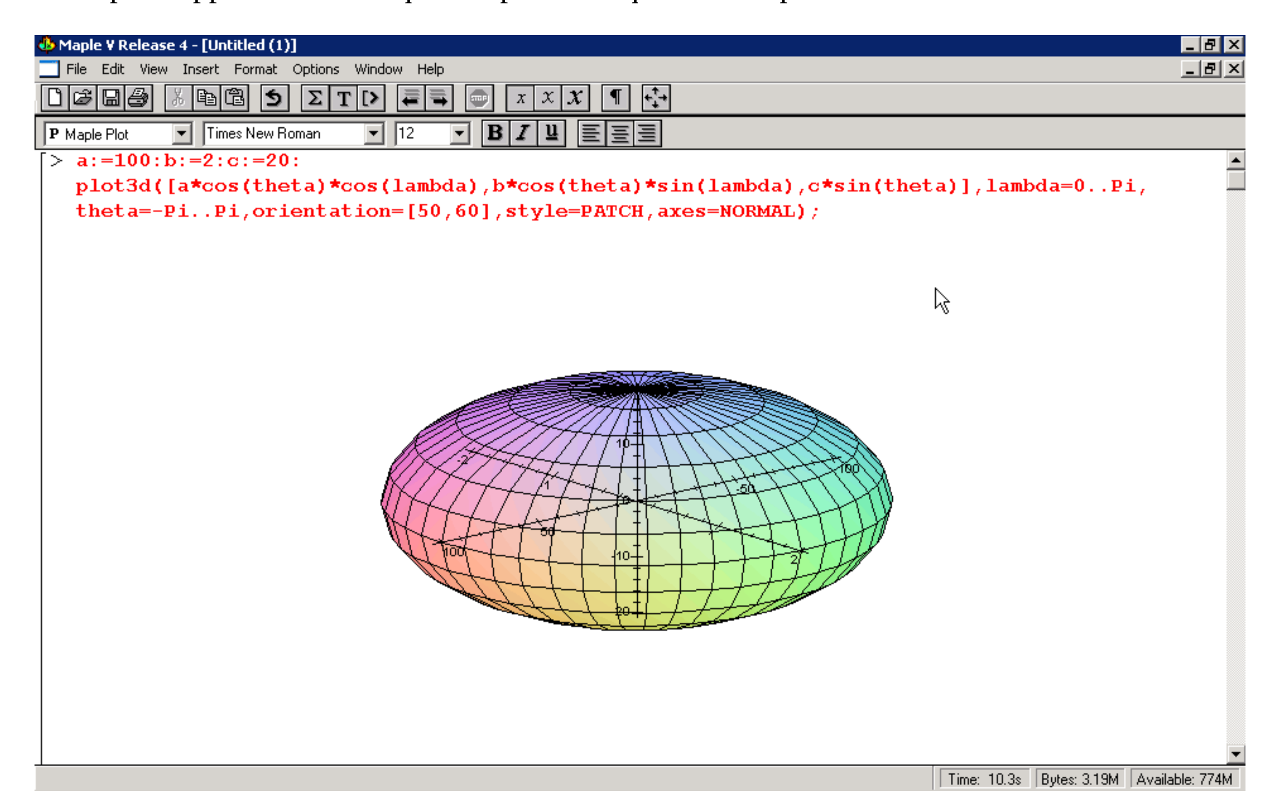
Exemple d'application de l'équation paramétrique d'un cône:



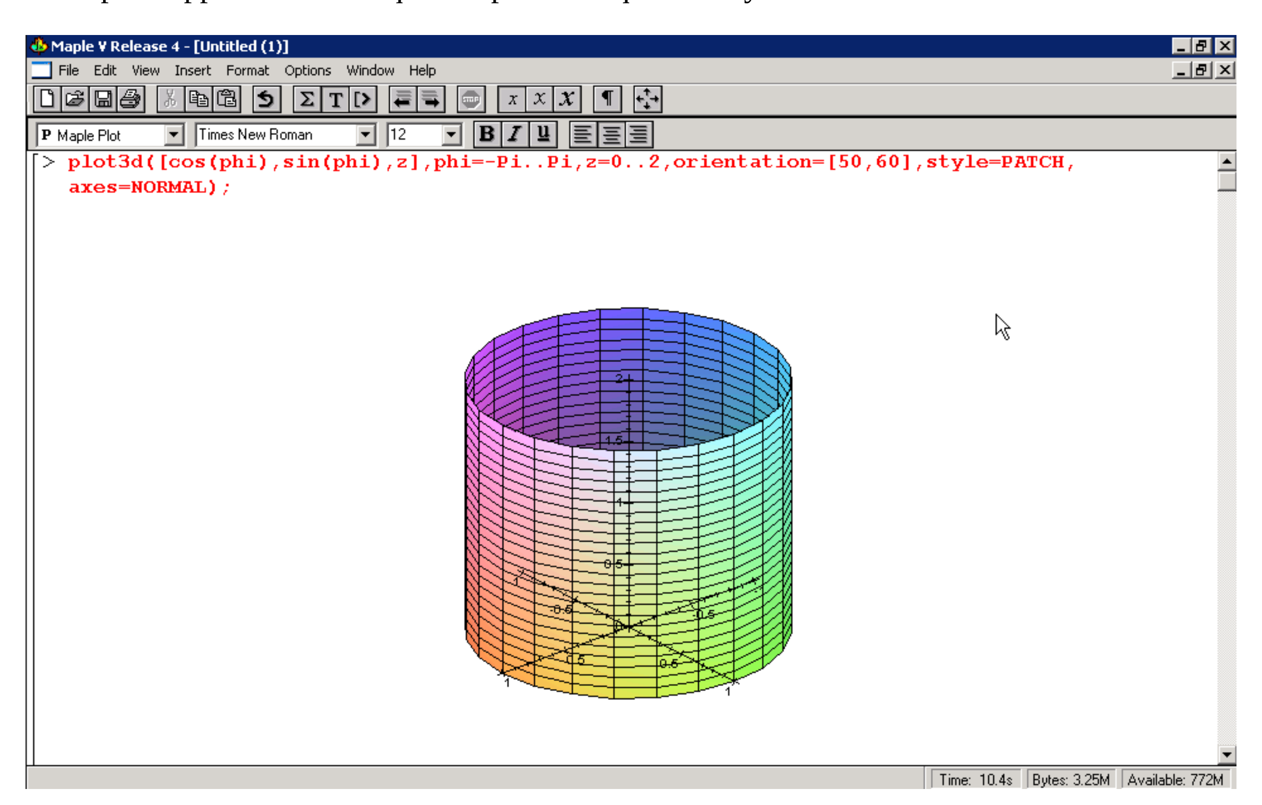
Exemple d'application de l'équation paramétrique d'une sphère:



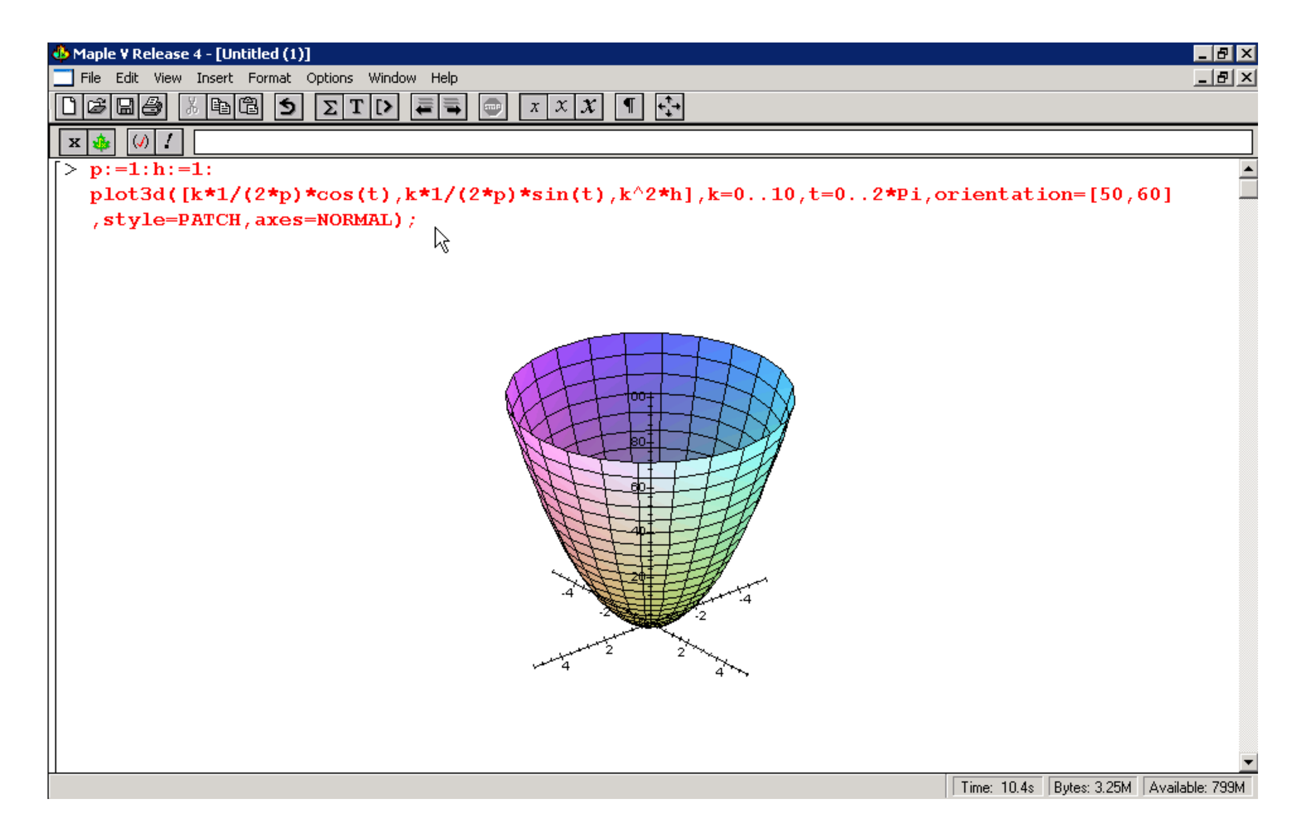
Exemple d'application de l'équation paramétrique d'un ellipsoïde:



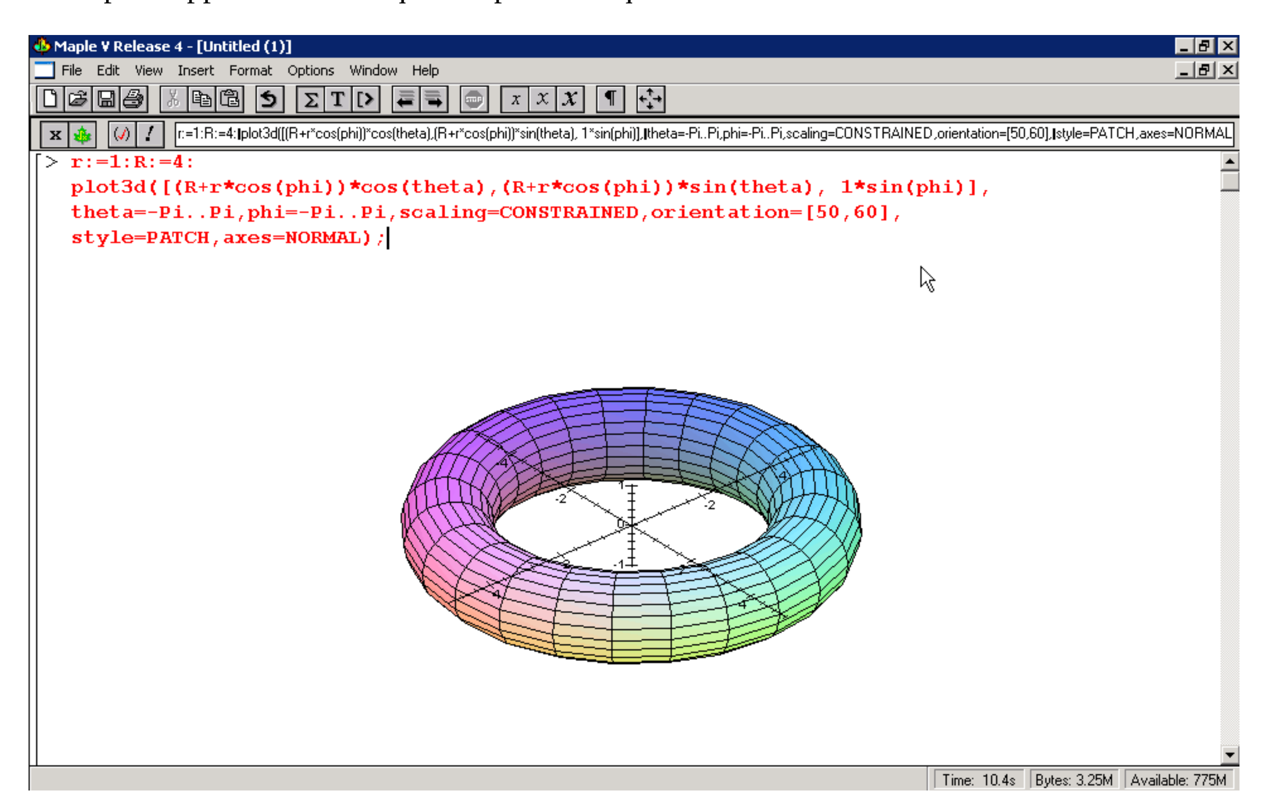
Exemple d'application de l'équation paramétrique d'un cylindre:



Exemple d'application de l'équation paramétrique d'un paraboloïde:

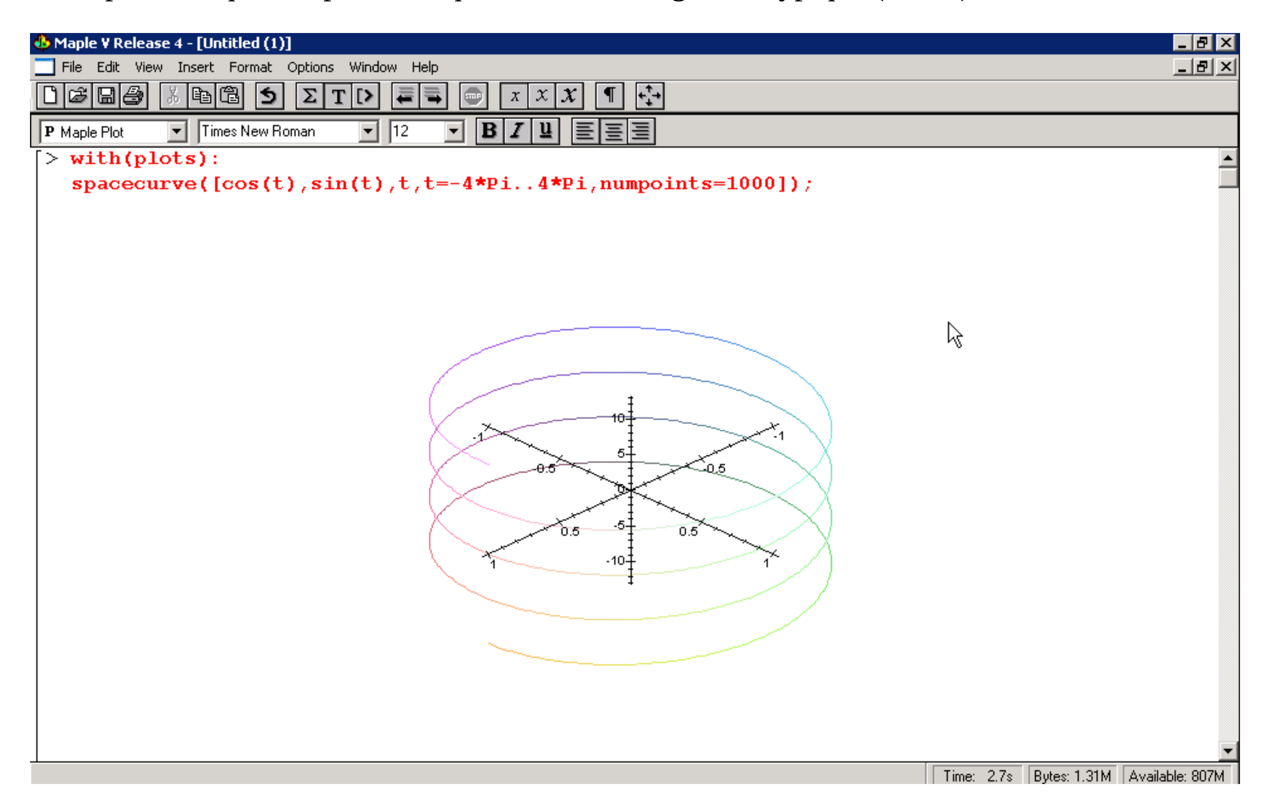


Exemple d'application de l'équation paramétrique d'un tore:

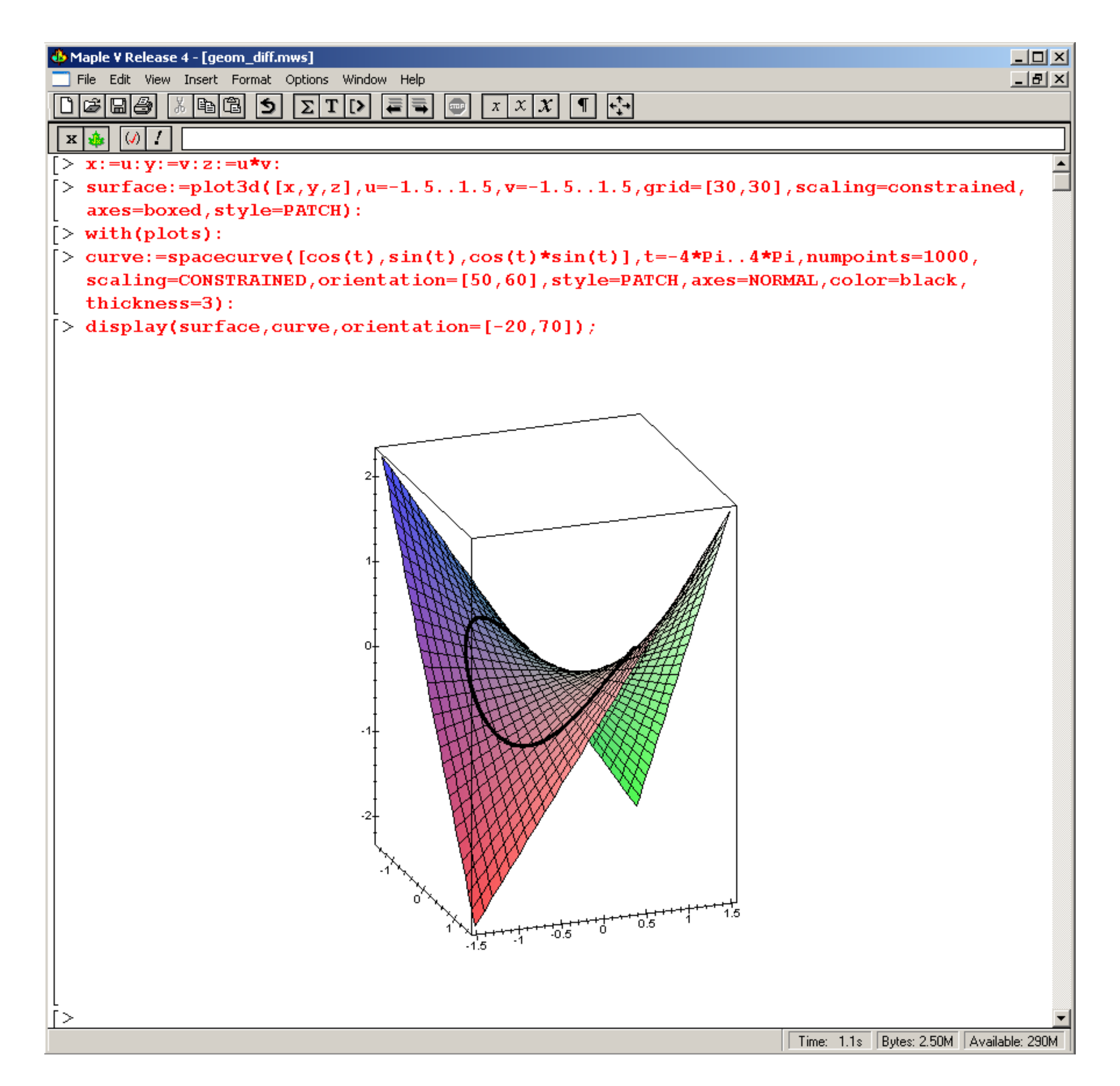


Chapitre: Géométrie Différentielle

Exemple de l'équation paramétrique d'une courbe gauche typique (hélice):



Ensuite, l'exemple d'un cercle projeté sur une surface hyperboloïde:



Chapitre: Géométrie Euclidienne

Obtention de l'expression générale de la matrice de rotation 3D:

Maple V Release 4 - [Untitled (1)]

```
> X:=array([[1,0,0],[0,cos(theta),sin(theta)],[0,-sin(theta),cos(theta)]]);
  Y:=array([[cos(lambda),0,-sin(lambda)],[0,1,0],[sin(lambda),0,cos(lambda)]
  ]);
  Z:=array([[cos(phi),sin(phi),0],[-sin(phi),cos(phi),0],[0,0,1]]);
  evalm(X&*Y&*Z);
```

$$X := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ 0 & -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

$$Y := \begin{bmatrix} \cos(\lambda) & 0 & -\sin(\lambda) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\lambda) & 0 & \cos(\lambda) \end{bmatrix}$$

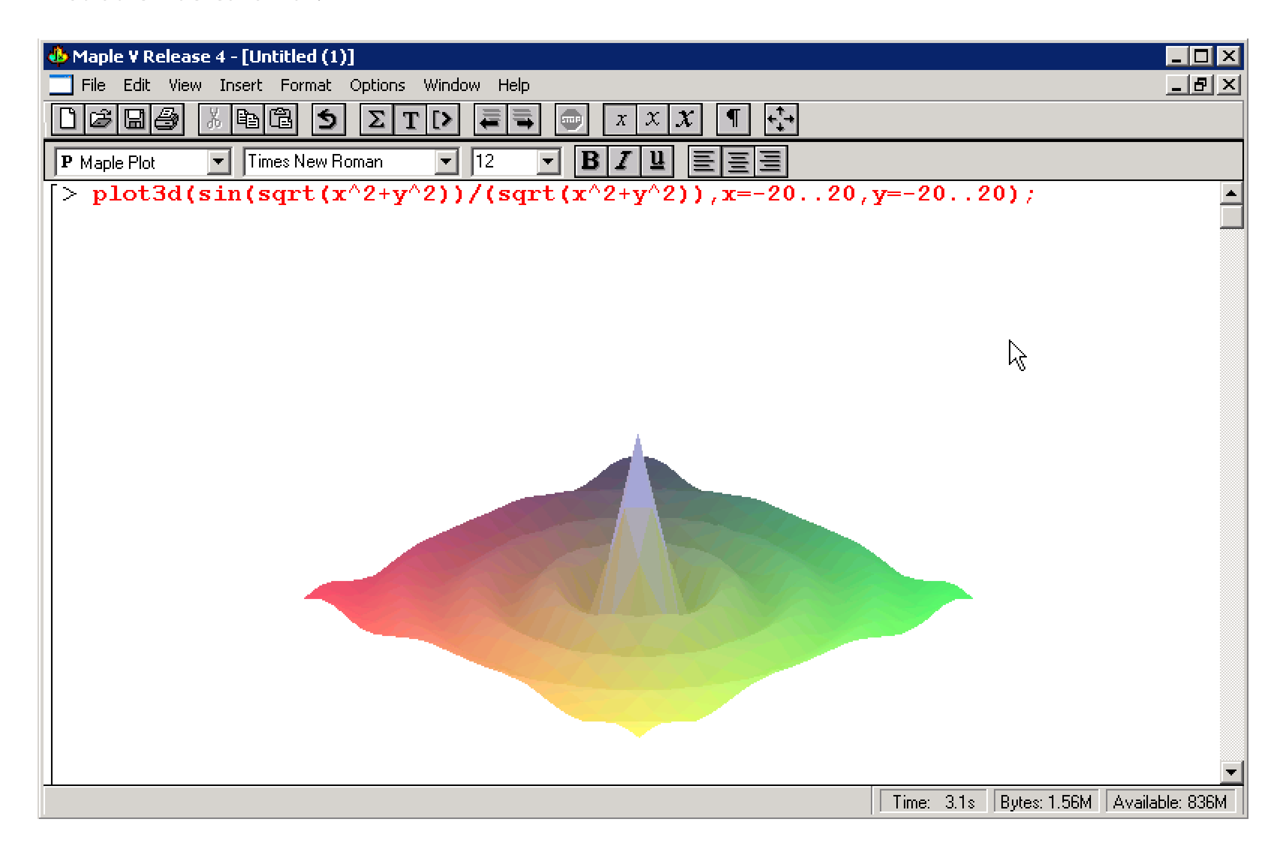
$$Z := \begin{bmatrix} \cos(\phi) & \sin(\phi) & 0 \\ -\sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cos(\lambda)\cos(\phi) & \cos(\lambda)\sin(\phi) & -\sin(\lambda) \\ \sin(\theta)\sin(\lambda)\cos(\phi)-\cos(\theta)\sin(\phi) & \sin(\theta)\sin(\lambda)\sin(\phi)+\cos(\theta)\cos(\phi) & \sin(\theta)\cos(\lambda) \\ \cos(\theta)\sin(\lambda)\cos(\phi)+\sin(\theta)\sin(\phi) & \cos(\theta)\sin(\lambda)\sin(\phi)-\sin(\theta)\cos(\phi) & \cos(\theta)\cos(\lambda) \end{bmatrix}$$

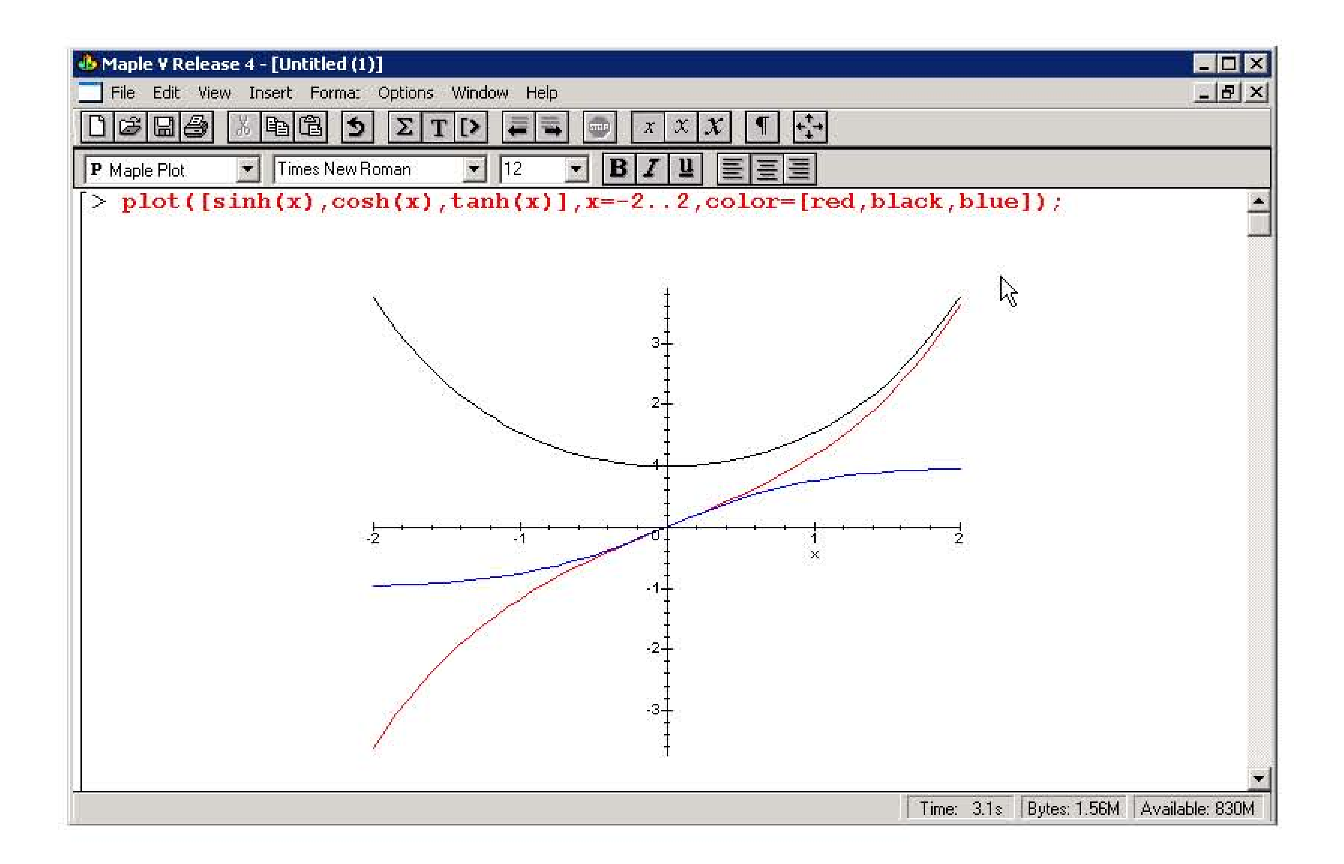
Time: 3.1s Bytes: 1.56M Available: 835M

Chapitre: Trigonométrie

Plot du sinus cardinal:



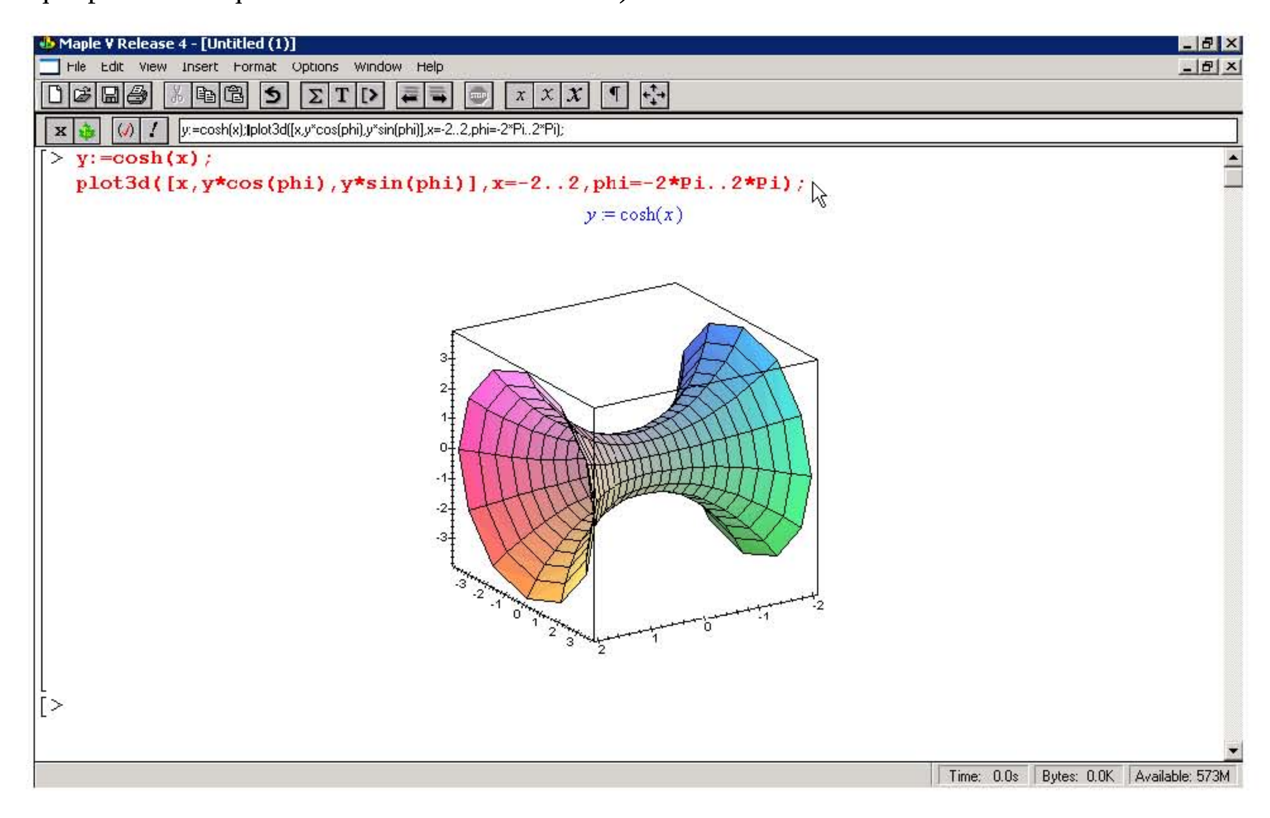
Plot de quelques fonction de la trigonométrique hyperbolique:


Maple V Release 4 - [Untitled (1)]
File Edit View Insert Format Options Window Help
Maple Plot
Times New Roman
12
> plot([sinh(x),cosh(x),tanh(x)],x=-2..2,color=[red,black,blue]);
3
2
1
-2
-1
0
1
2
x
-1
-2
-3
Time: 3.1s
Bytes: 1.56M
Available: 830M

Section: Mécanique

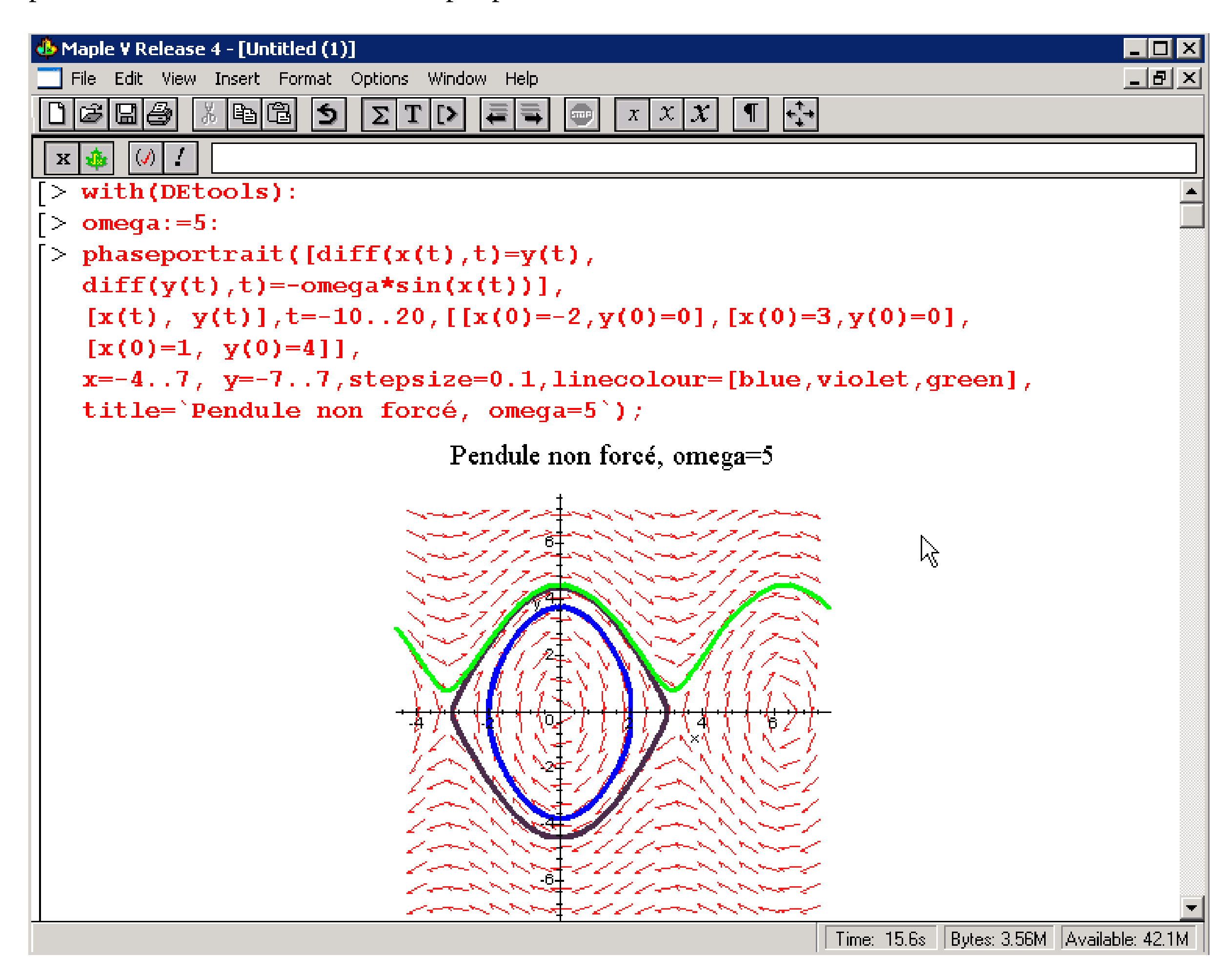
Chapitre: Mécanique Analytique

Détermination de la surface minimale de révolution (qui correspond donc aussi à la surface que prend du liquide savon entre deux cercles):



Chapitre: Mécanique Classique

Résolution de l'équation différentielle du pendule simple en écrivant le système d'équations du premier ordre nécessaire ici à Maple pour la résolution:

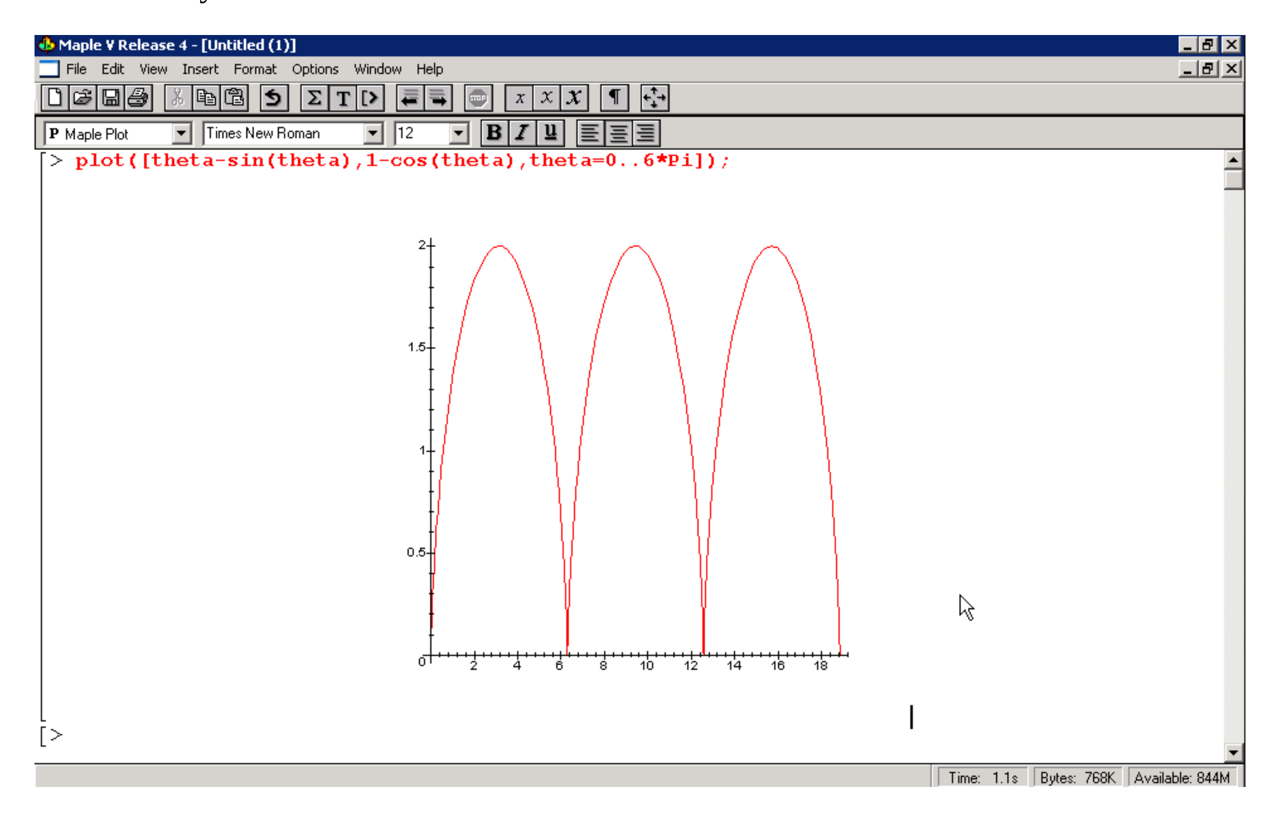


Il faut alors réfléchir sur ce résultat.

1) Si l'angle de départ $x(0)$ soit petit ou grand et que la pulsation de départ $y(0)$ est petite, l'angle reste borné et le pendule à alors un mouvement de balancier fini (non révolutif)

2) Que l'angle de départ $x(0)$ soit petit ou grand si la vitesse de lancement $y(0)$ est positive et supérieur à une certaine valeur critique, alors le mouvement est révolutif.

Tracé de la cycloïde:



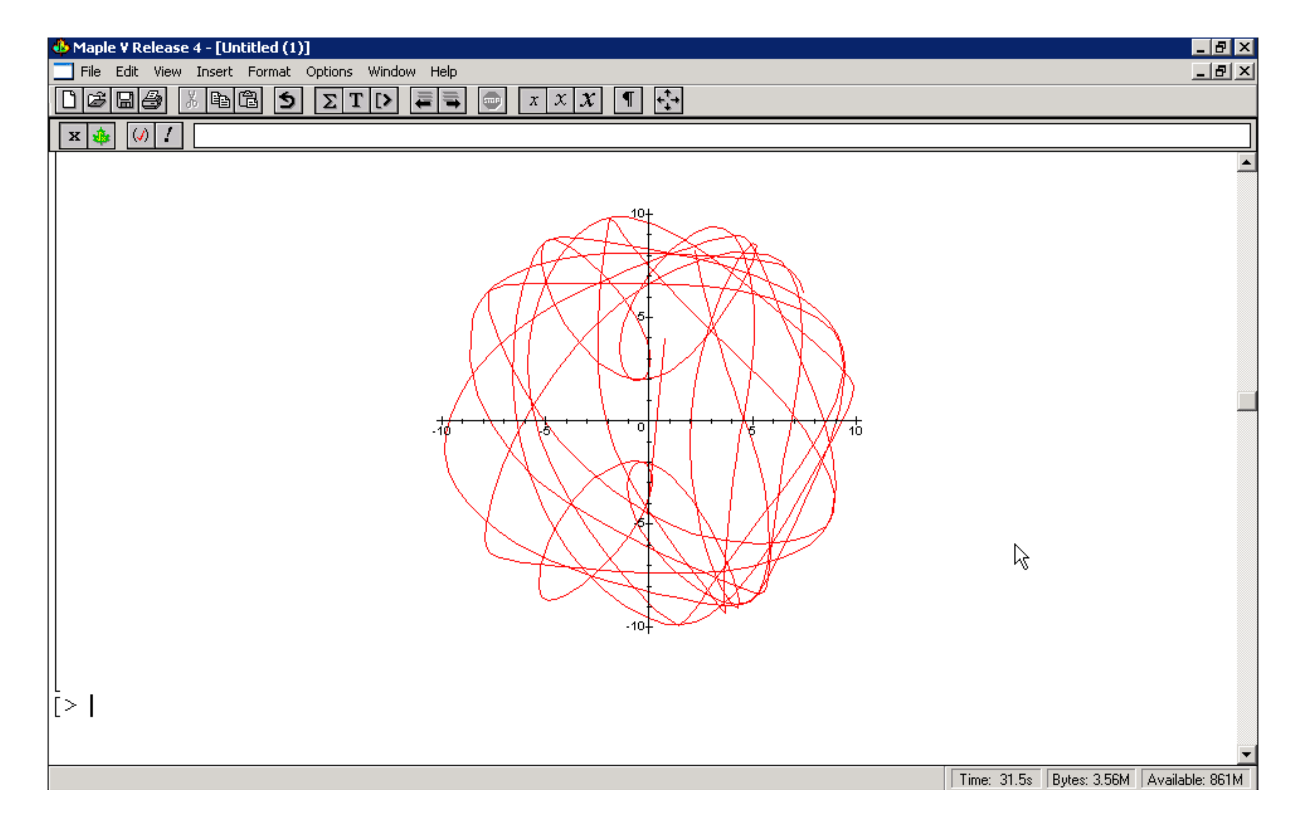
Trajectoire du pendule double:

```
Maple V Release 4 - [Untitled (1)]
File Edit View Insert Format Options Window Help

> with(plots):
  with(plottools):
  Eq1:=(m1+m2)*l1^2*diff(diff(theta1(t),t),t)+m2*l1*l2*cos(theta1(t)-theta2
  (t))*diff(diff(theta2(t),t),t)+m2*l1*l2*sin(theta1(t)-theta2(t))*diff(the
  ta2(t),t)^2+(m1+m2)*g*l1*sin(theta1(t))=0:
  Eq2:=m2*l1*l2*cos(theta1(t)-theta2(t))*diff(diff(theta1(t),t),t)+m2*l2^2*
  diff(diff(theta2(t),t),t)-m2*l1*l2*sin(theta1(t)-theta2(t))*diff(theta1(t
  ),t)^2+m2*g*l2*sin(theta2(t))=0:
  m1:=2:m2:=3:l1:=6:l2:=4:g:=9.81:
  ff:=dsolve({Eq1,Eq2,theta1(0)=0.5,D(theta1)(0)=4,theta2(0)=1,D(theta2)(0)
  =
  -2},{theta1(t),theta2(t)},type=numeric,output=listprocedure):
  Theta1:=subs(ff,theta1(t)):Theta2:=subs(ff,theta2(t)):
  X1:=t->l1*sin(Theta1(t)):Y1:=t->l1*cos(Theta1(t)):
  X2:=t->l1*sin(Theta1(t))+l2*sin(Theta2(t)):Y2:=t->l1*cos(Theta1(t))+l2*co
  s(Theta2(t)):
  plot([Y2,X2,0..100],numpoints=100);

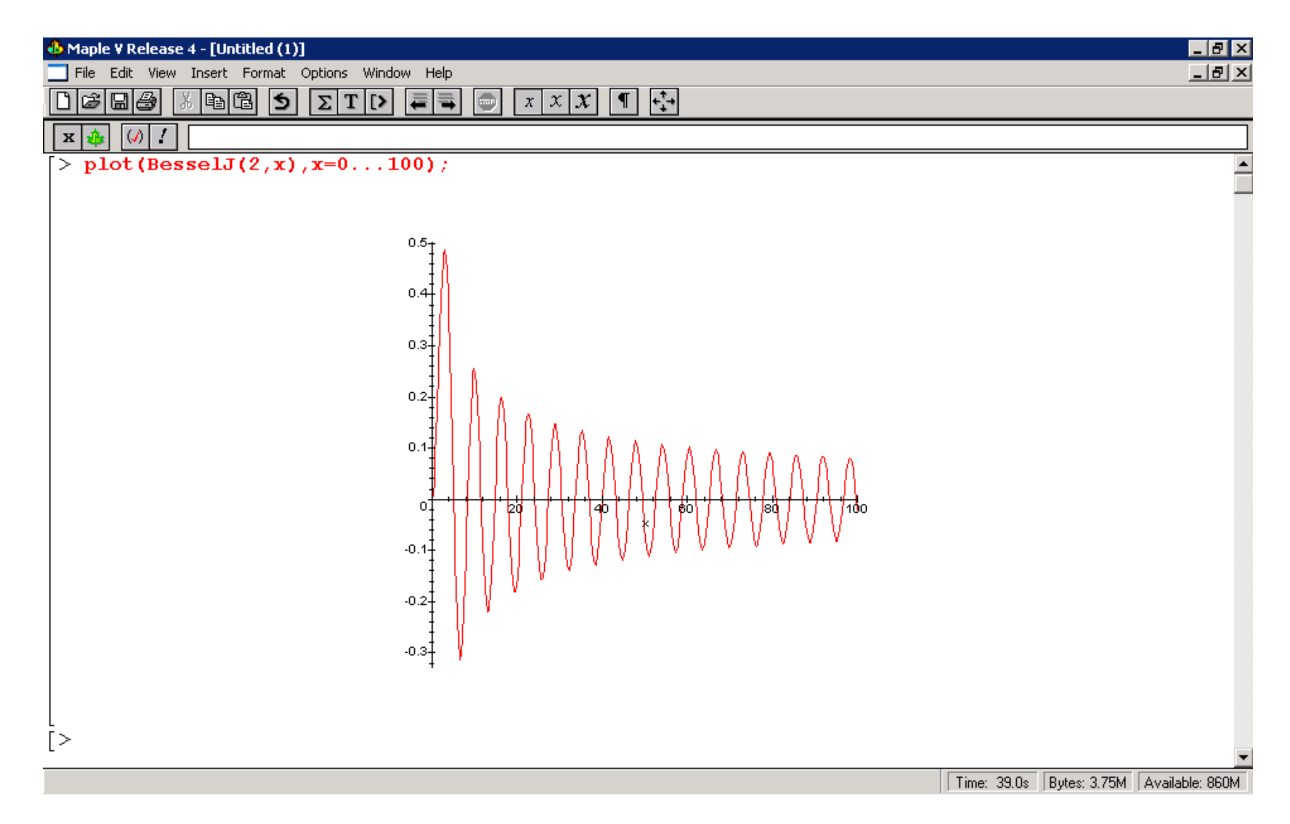
Time: 24.6s   Bytes: 3.37M   Available: 861M
```

Ce qui donne (chaos déterministe):



Chapitre: Mécanique Ondulatoire

Plot de la fonction de Bessel apparaissant dans la solution de la membrane de tambour circulaire:



Animation 3D des solutions de l'équation différentielle du tambour:

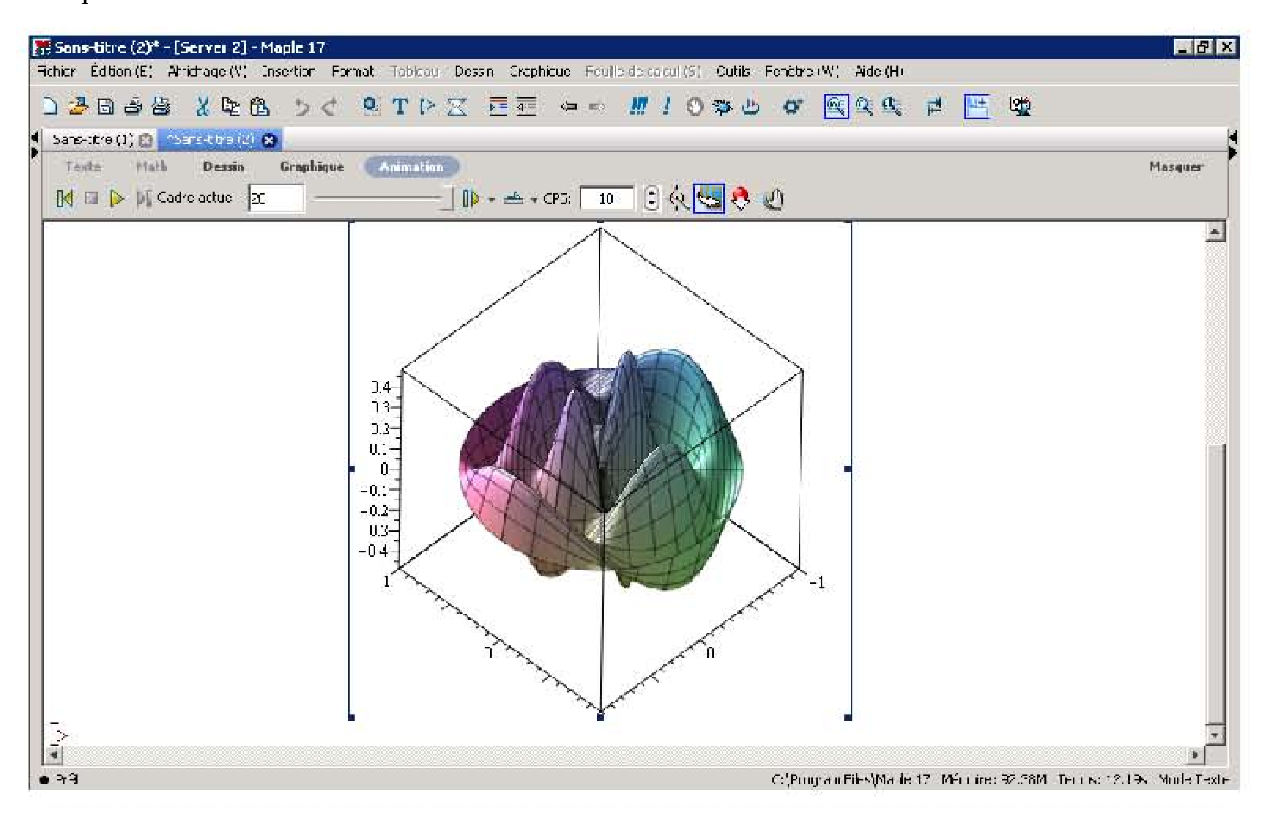
Sans-titre (2)* - [Server 2] - Maple 17

Fichier Édition (E) Affichage (V) Insertion Format Tableau Dessin Graphique Feuille de calcul (S) Outils Fenêtre (W) Aide (H)

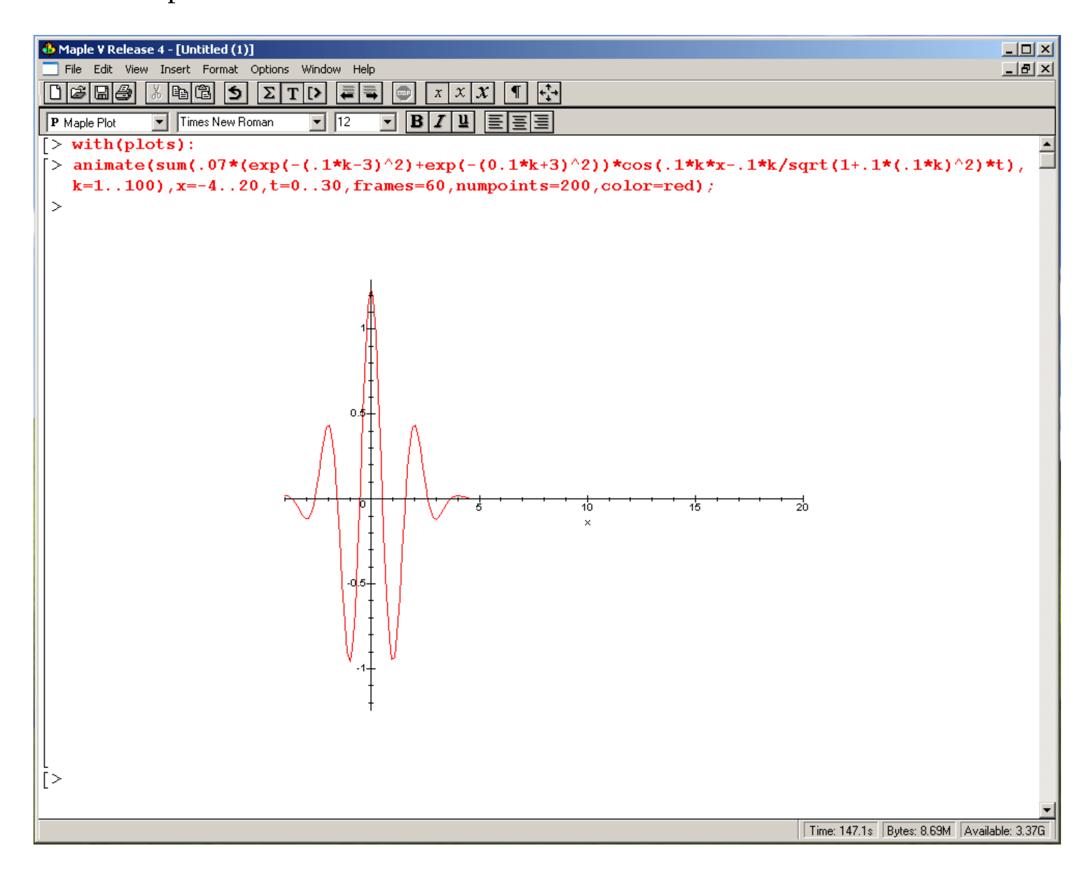
```
> F := f(r, theta, t) :
  wave_eq := linalg[laplacian](F, [r, theta, z], coords = cylindrical)-diff(F, t, t) : eval(subs(F = A(r, theta)*T(t), wave_eq)) :
  expand(eval(subs(F = A(r, theta)*T(t), wave_eq))/A(r, theta)/T(t)) :
  time_part := numer(select(has, expand(eval(subs(F = A(r, theta)*T(t), wave_eq))/A(r, theta)/T(t)), t)-lambda^2) :
  space_part := numer(select(has, expand(eval(subs(F = A(r, theta)*T(t), wave_eq))/A(r, theta)/T(t)), r) + lambda^2) :
  sol_time := dsolve(time_part, T(t)) :
  eval(subs(A(r, theta) = phi(r)*U(theta), space_part)) : expand(eval(subs(A(r, theta) = phi(r)*U(theta), space_part))/phi(r)
      /U(theta)) :
  polar_part := numer(select(has, expand(eval(subs(A(r, theta) = phi(r)*U(theta), space_part))
  /phi(r)/U(theta)), theta) + kappa^2) : radius_part := numer(select(has, expand(eval(subs(A(r, theta) = phi(r)*U(theta), space_part))
  /phi(r)/U(theta)), r)-kappa^2) : dsolve(polar_part, U(theta)) :
  assume(kappa, integer) : dsolve(radius_part, phi(r)) :
  dsolve(radius_part, phi(r), series) :
  sol_radius := eval(subs(BesselY = 0, dsolve(radius_part, phi(r)))) : sol_lambda := BesselJZeros(kappa, nu) :
  sol_radius := BesselJ(kappa, sol_lambda*r) :
  plots[animate3d]([r, theta, subs(kappa = 2, nu = 3, sol_radius*cos(sol_lambda*t)*cos(kappa*theta))], r = 0..1, theta = 0..2*Pi, t = 0..2
      *Pi/subs(kappa = 2, nu = 3, sol_lambda), coords = cylindrical, frames = 20);
> 
```

Prêt   C:\Program Files\Maple 17 Mémoire: 92.38M Temps: 7.26s Mode Math

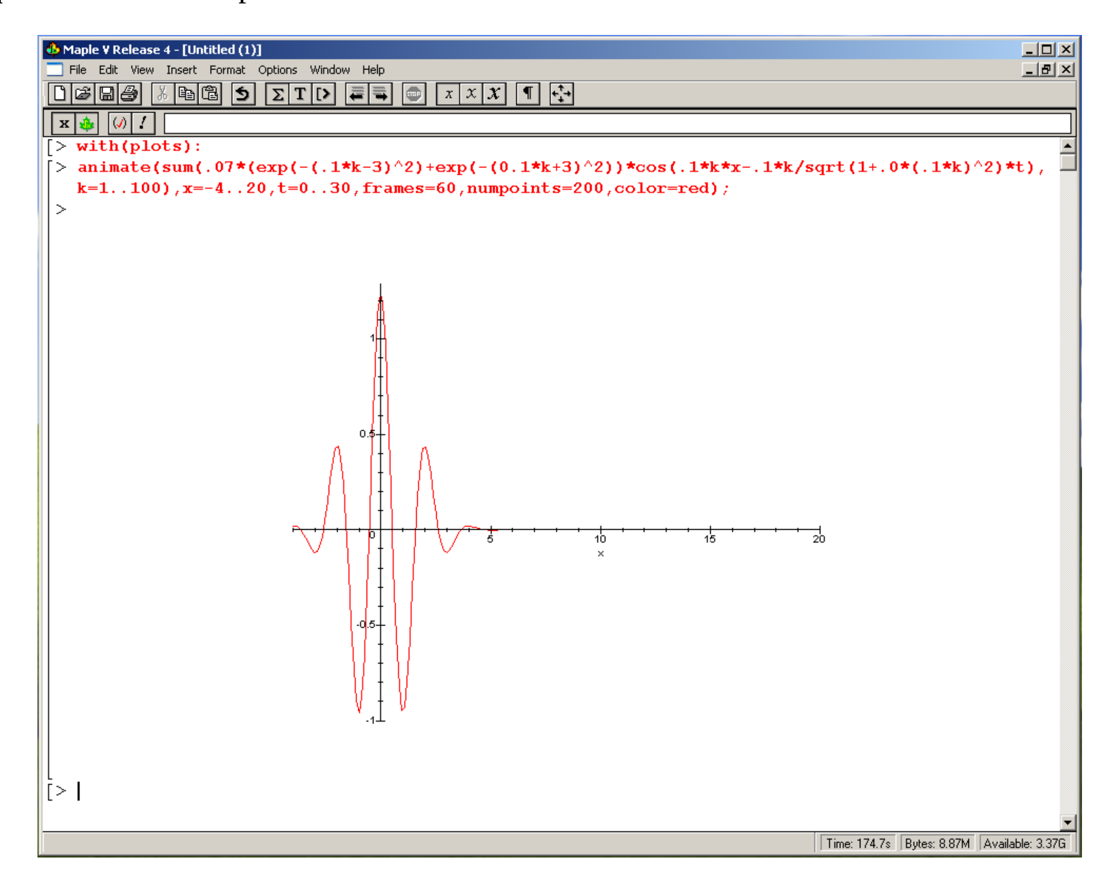
Ce qui donne:



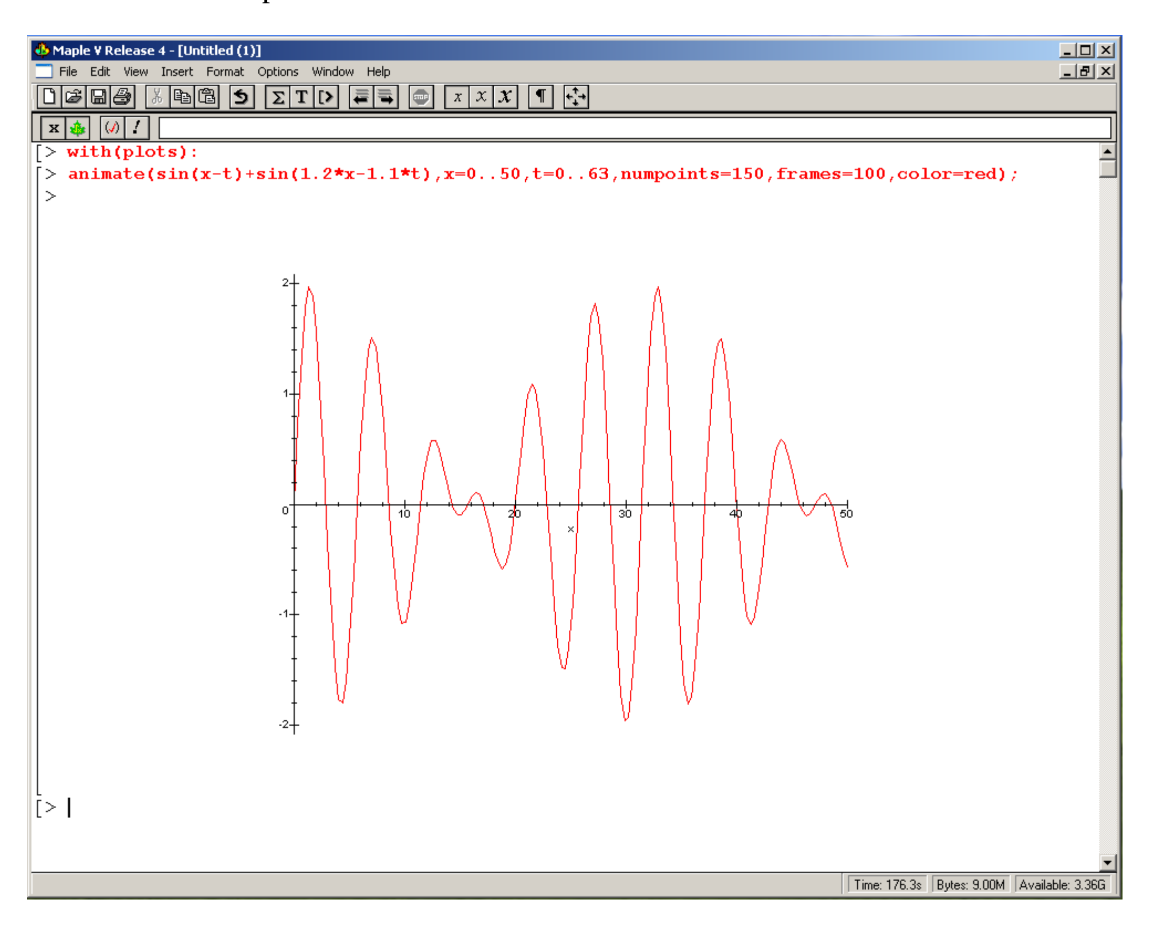
Paquet d'onde dispersif animé:



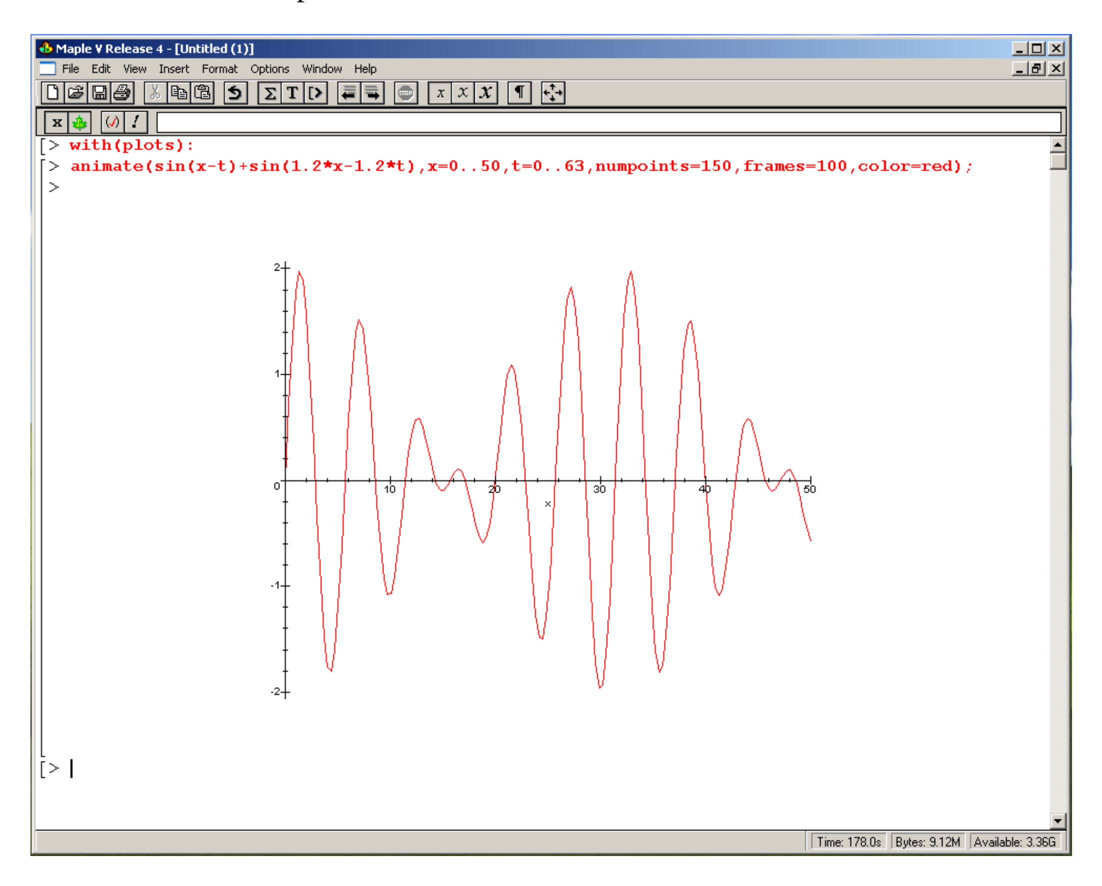
Paquet d'onde non-dispersif animé:



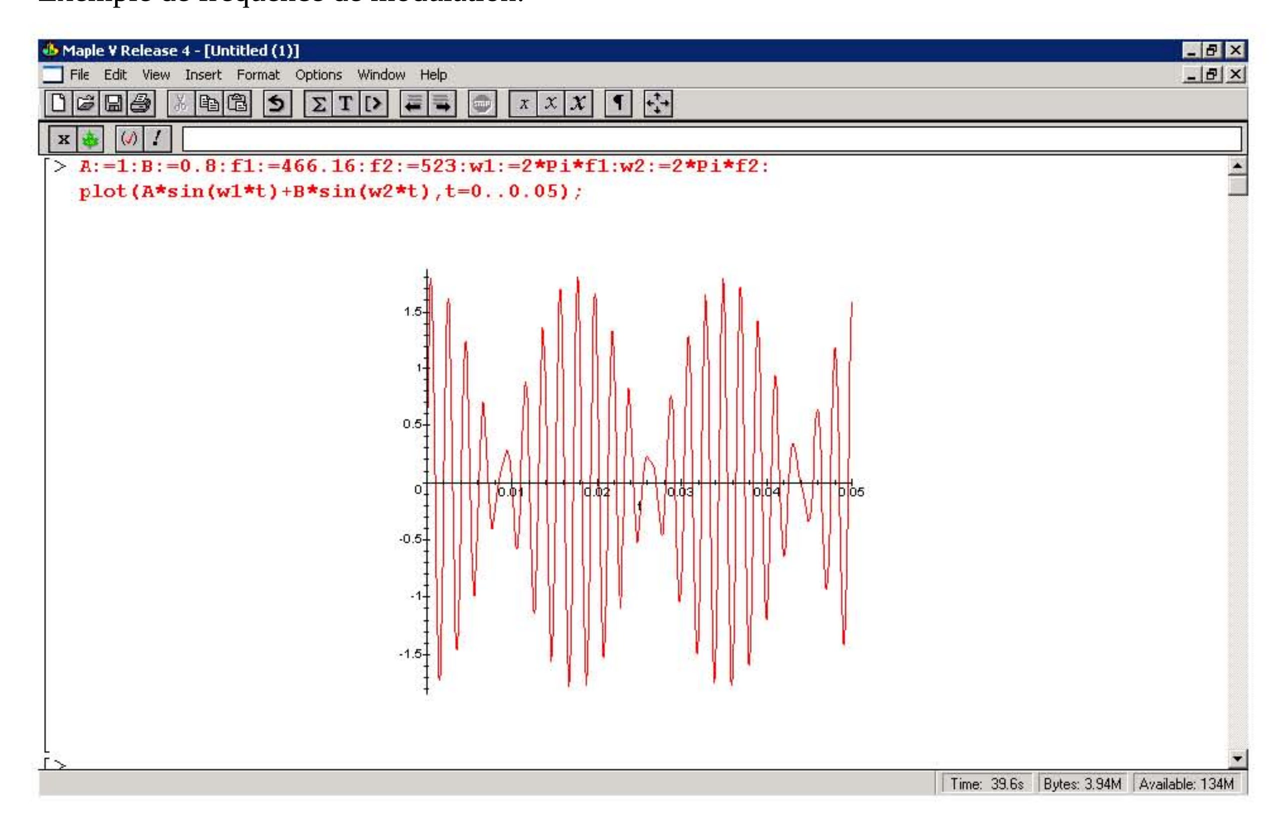
Ondes sinusoïdales dispersives animées:



Ondes sinusoïdales non-dispersives animées:



Exemple de fréquence de modulation:



Chapitre: Mécanique Statistique

Plot de la fonction de Fermi pour une valeur précise du potentiel chimique μ et trois valeurs de $\beta = 1/kT$:

Sans-titre (2)* - [Server 2] - Maple 17

Fichier Édition (E) Affichage (V) Insertion Format Tableau Dessin Graphique Feuille de calcul (S) Outils Fenêtre (W) Aide (H)

Texte Math Dessin Graphique Animation Masquer

2D Input | Times New Roman | 12

```
> nfd := 1/(exp(beta*(epsilon-mu)) + 1);
```

$$nfd := \frac{1}{e^{\beta (\epsilon - \mu)} + 1} \qquad (1)$$

```
> mu := 50000;
```

$$\mu := 50000 \qquad (2)$$

```
> nfd1000 := eval(nfd, beta = 1/1000);
```

$$nfd1000 := \frac{1}{e^{\frac{1}{1000}\epsilon - 50} + 1} \qquad (3)$$

```
> nfd300 := eval(nfd, beta = 1/300);
```

$$nfd300 := \frac{1}{e^{\frac{1}{300}\epsilon - \frac{500}{3}} + 1} \qquad (4)$$

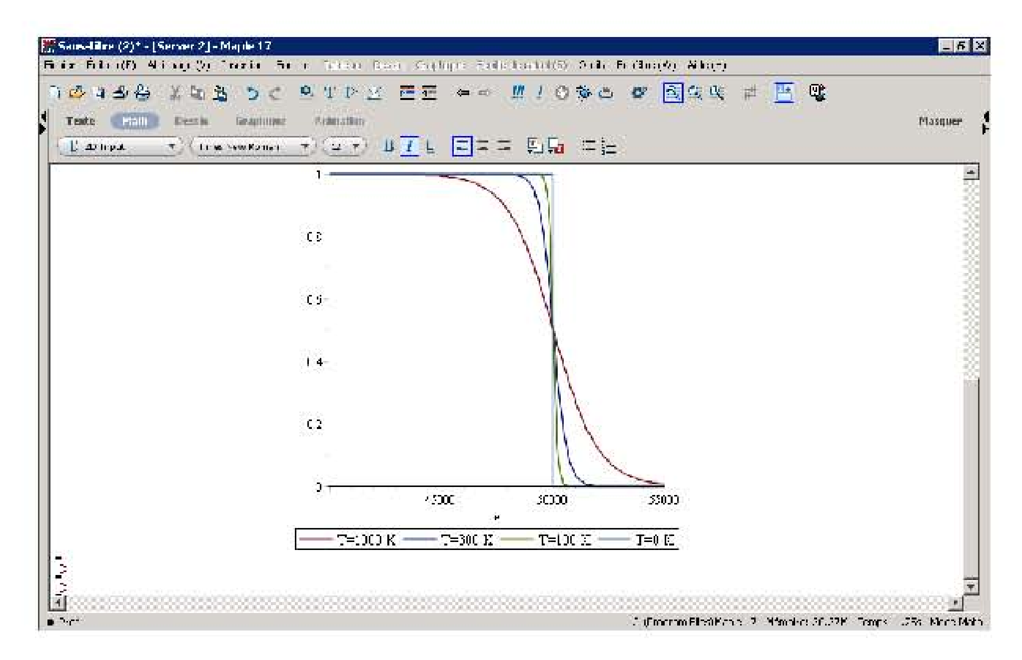
```
> nfd100 := eval(nfd, beta = 1/100);
```

$$nfd100 := \frac{1}{e^{\frac{1}{100}\epsilon - 500} + 1} \qquad (5)$$

```
> plot([nfd1000, nfd300, nfd100, 1 - Heaviside(epsilon - mu)], epsilon = mu - 10000 ..mu + 5000, legend = ["T=1000 K", "T=300 K",
    "T=100 K", "T=0 K"]);
```

Prêt C:\Program Files\Maple 17 Mémoire: 30.37M Temps: 1.75s Mode Math

Ce qui donne:



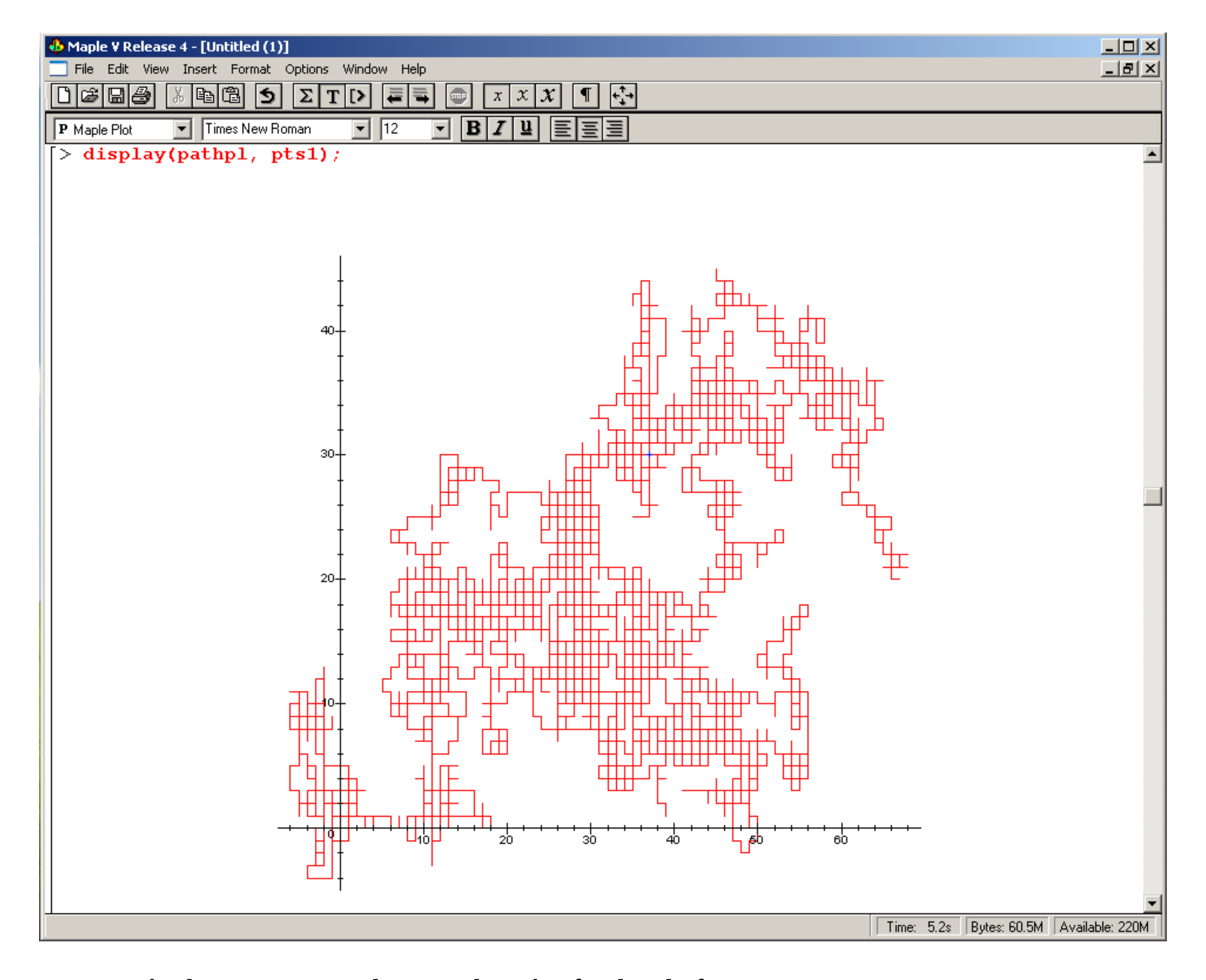
Mouvement Brownien:

```
Maple V Release 4 - [Untitled (1)]
File  Edit  View  Insert  Format  Options  Window  Help
restart;with(linalg):with(plots):

> restart;
  with(linalg):
  with(plots):
Warning, new definition for norm
Warning, new definition for trace
> a:=array(1..2,1..5000);
      a[1,1]:=0;
      a[2,1]:=0;
                    a := array(1 .. 2, 1 .. 5000, [ ])
                    a[1, 1] := 0
                    a[2, 1] := 0
> A:=array(1..5000);
                    A := array(1 .. 5000, [ ])
> X:=rand(1..4);
  X := proc() local t; global _seed; _seed := irem(427419669081*_seed, 999999999989); t := _seed; irem(t, 4) + 1 end
> for i from 2 to 5000 do
     R:=X();
     if (R=1) then a[1,i]:=a[1,i-1]+1: a[2,i]:=a[2,i-1]
        elif (R=2) then a[2,i]:=a[2,i-1]+1: a[1,i]:=a[1,i-1]
        elif (R=3) then a[1,i]:=a[1,i-1]-1: a[2,i]:=a[2,i-1]
        elif (R=4) then a[2,i]:=a[2,i-1]-1: a[1,i]:=a[1,i-1]
     fi:
  od:
> for i from 1 to 5000 do
     A[i]:=[a[1,i], a[2,i]]:
  od:
> pathpl:=plot(A):
> pts1:=plot([A[1],A[5000]], style=POINT, color=blue):
> display(pathpl, pts1);

Time: 5.2s  Bytes: 60.5M  Available: 220M
```

Ce qui donne:



On veut étudier maintenant les coordonnées finales de façon statistique:

Maple V Release 4 - [Brownien.mws]

```
> restart:
> B:=array(1..5000):
  B1:=array(1..5000):
  Bx:=array(1..5000):
  By:=array(1..5000):
> b:=array(1..2);
```

$$b := \mathrm{array}(1..2, [\ ])$$

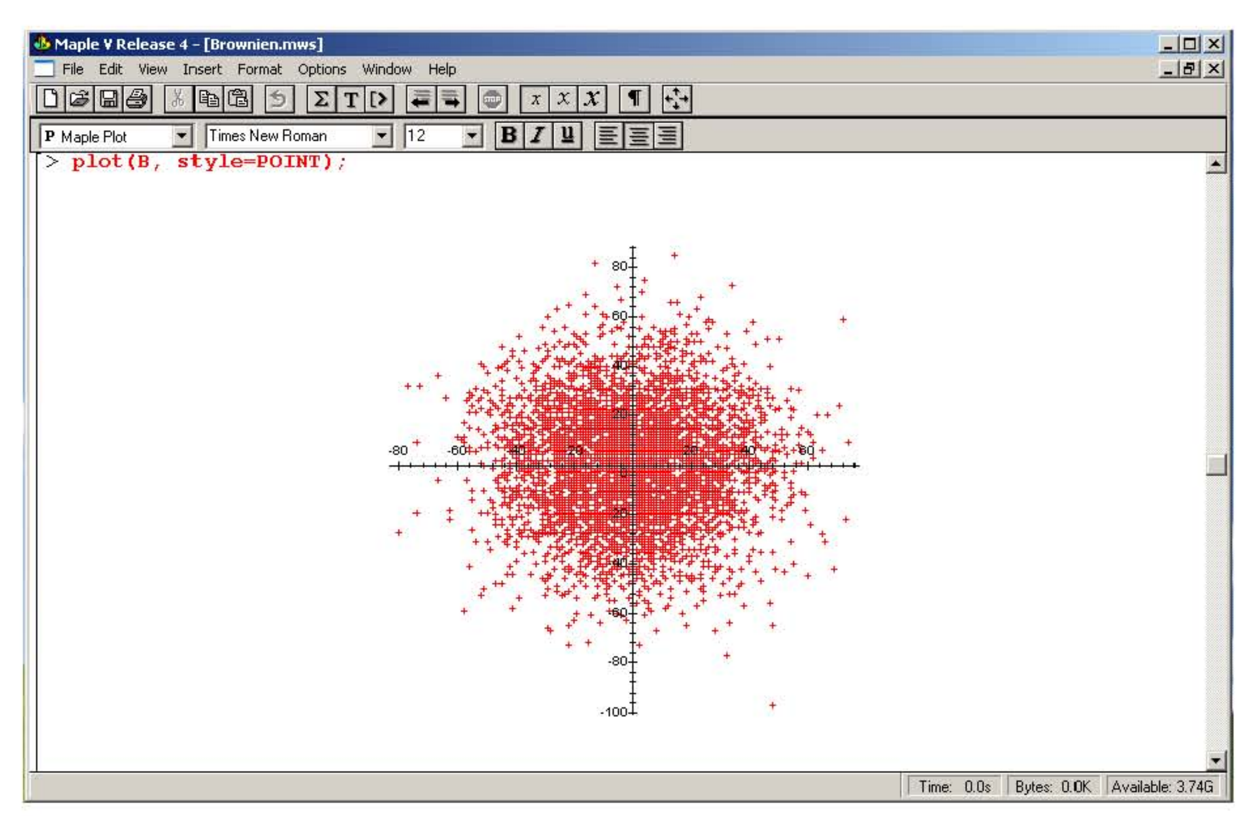
```
> mov:=rand(1..4);
```

$mov := \mathbf{proc}()\ \mathbf{local}\ t;\ \mathbf{global}\ _seed;\ _seed := \mathrm{irem}(427419669081 * _seed, 999999999989);\ t := _seed;\ \mathrm{irem}(t, 4) + 1\ \mathbf{end}$

```
> for j from 1 to 5000 do
     b:=[0,0]:
     for i from 2 to 1000 do
        X:=mov();
        if (X=1) then b[1]:=b[1]+1:
           elif (X=2) then b[2]:=b[2]+1:
           elif (X=3) then b[1]:=b[1]-1:
           elif (X=4) then b[2]:=b[2]-1:
        fi:
        if (i=999) then B1[j]:=b fi:
    od:
    B[j]:=b:
    Bx[j]:=b[1]:
    By[j]:=b[2]:
  od:
> plot(B, style=POINT);
```

Time: 0.0s Bytes: 0.0K Available: 3.74G

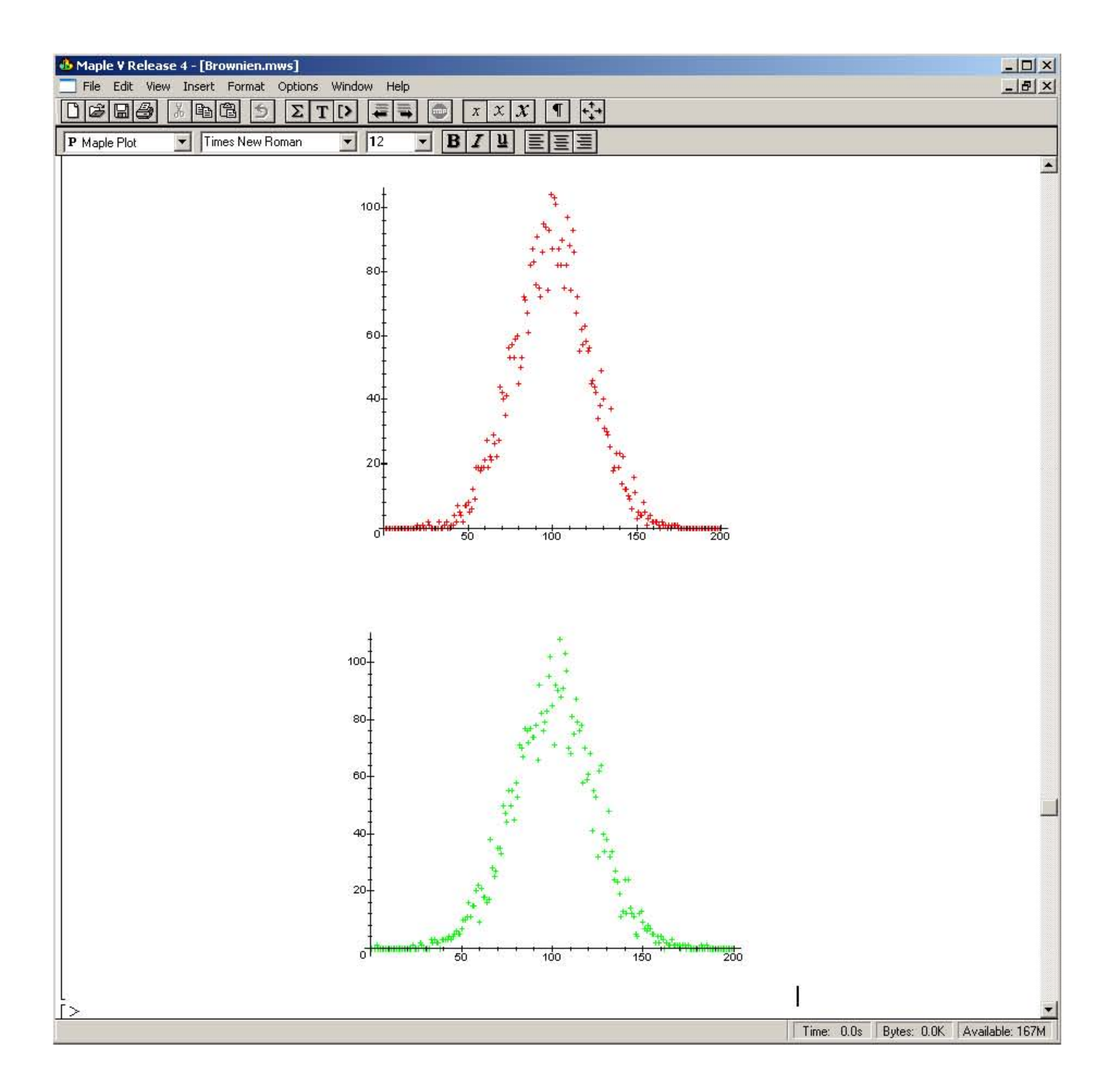
Ce qui donne:



Et on poursuite maintenant pour avoir la distribution pour chaque coordonnées indépendamment:

```
> Nx:=array(1..200):
  Ny:=array(1..200):
  for j from 1 to 200 do
     Nx[j]:=0:
     Ny[j]:=0:
  od:
> for j from 1 to 5000 do
     Nx[Bx[j]+100]:=Nx[Bx[j]+100]+1:
     Ny[By[j]+100]:=Ny[By[j]+100]+1:
  od:
> pNx:=array(1..200):
  pNy:=array(1..200):
  for j from 1 to 200 do
     pNx[j]:=[j, Nx[j]]:
     pNy[j]:=[j, Ny[j]]:
  od:
> plot(pNx, style=POINT, color=red);
  plot(pNy, style=POINT, color=green);
```

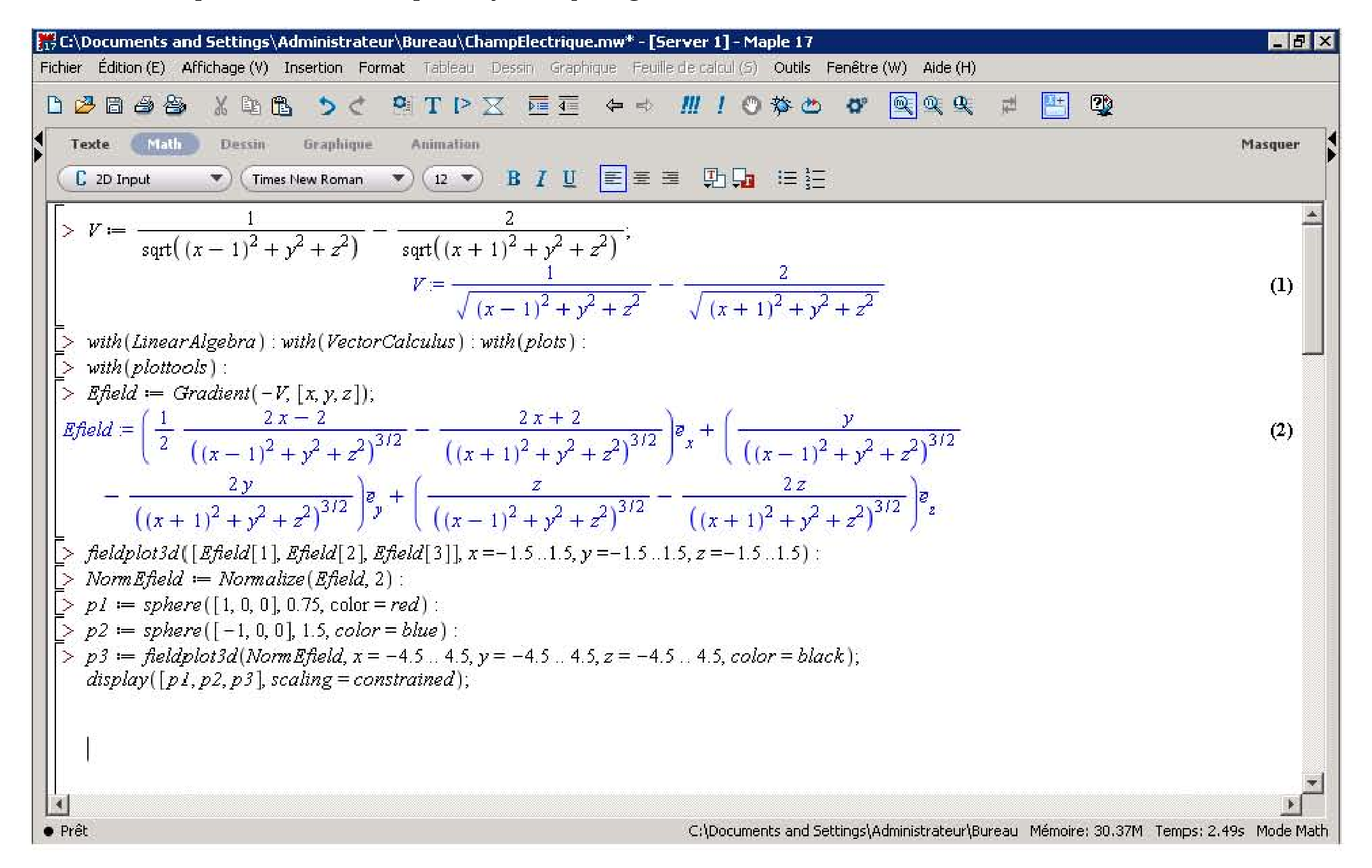
Ce qui donne:


Maple V Release 4 - [Brownien.mws]
File Edit View Insert Format Options Window Help
Maple Plot
Times New Roman
12
100
80
60
40
20
0
50
100
150
200
100
80
60
40
20
0
50
100
150
200
Time: 0.0s
Bytes: 0.0K
Available: 167M

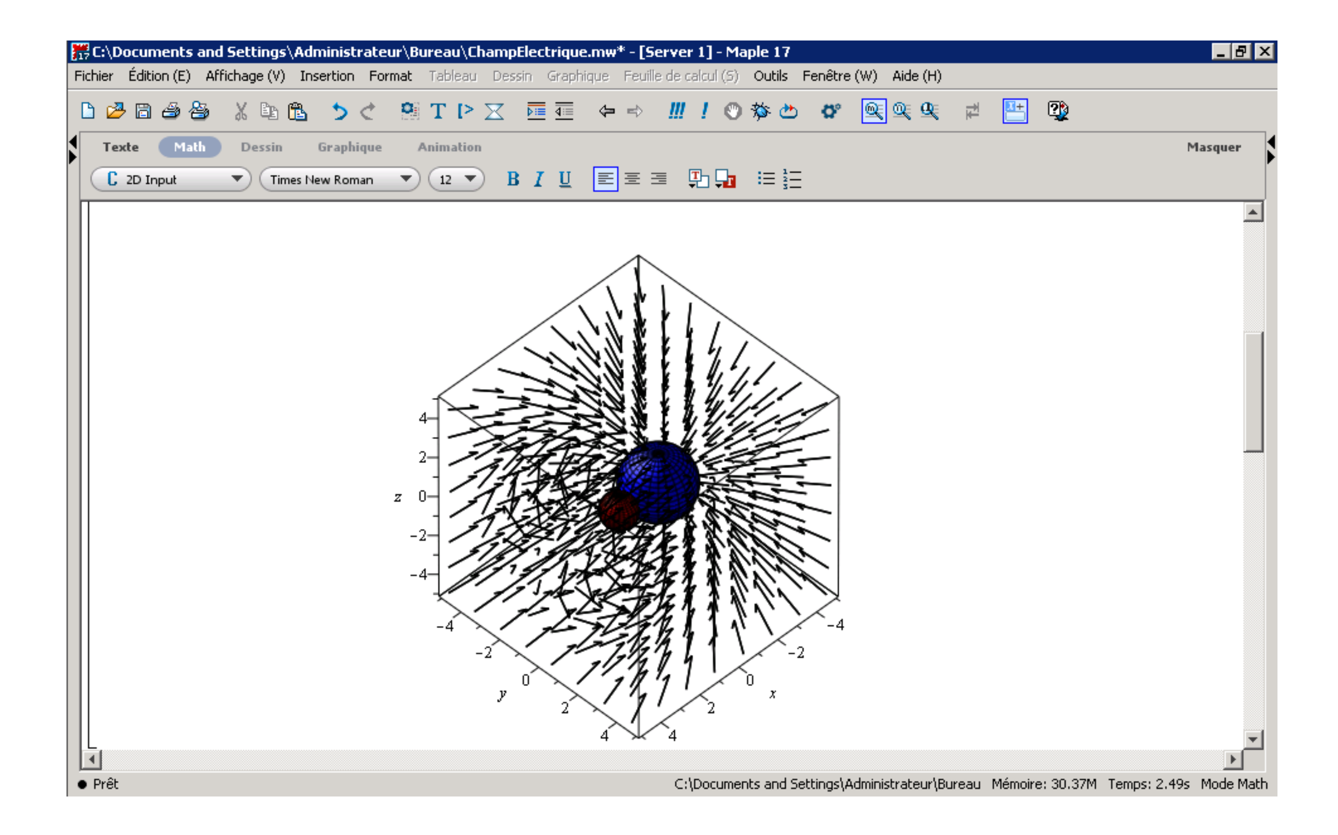
Section: Électromagnétisme

Chapitre: Électrostatique

Représentation d'un dipôle asymétrique rigide:



Ce qui donne:



Chapitre: Électrodynamique

Pour les potentiels de Liénard-Wiechert calcul du déterminant d'un matrice pour gagner du temps:

Maple V Release 4 - [Untitled (1)]

File Edit View Insert Format Options Window Help

```
> with(linalg):
  A:= matrix(4,4,[1,0,0,a,0,1,0,b,0,0,1,c,d,e,f,1]);
Warning, new definition for norm
Warning, new definition for trace
```

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ d & e & f & 1 \end{bmatrix}$$

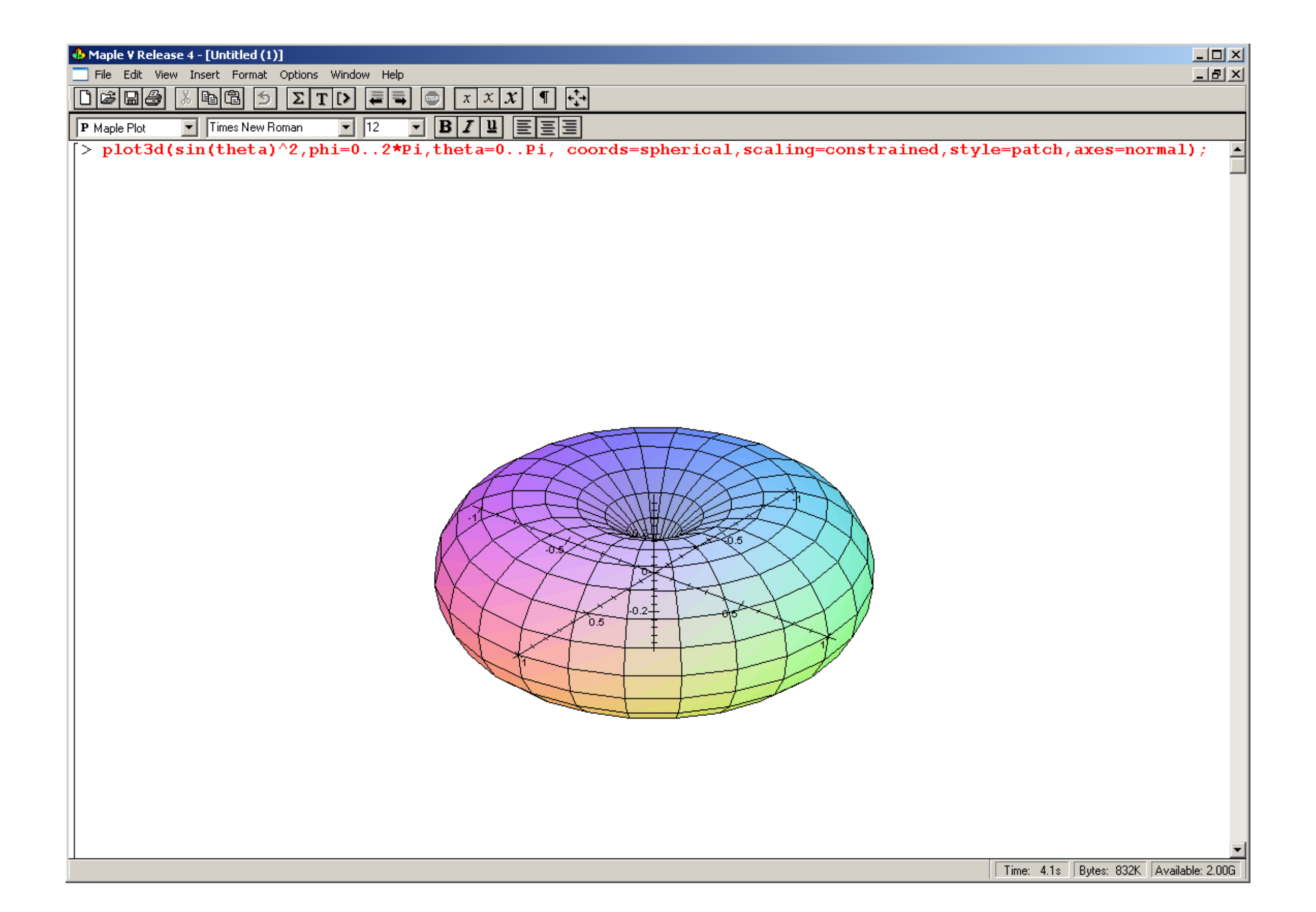
```
> det(A);
```

$$1 - c\,f - e\,b - d\,a$$

```
>
```

Time: 0.0s Bytes: 0.0K Available: 840M

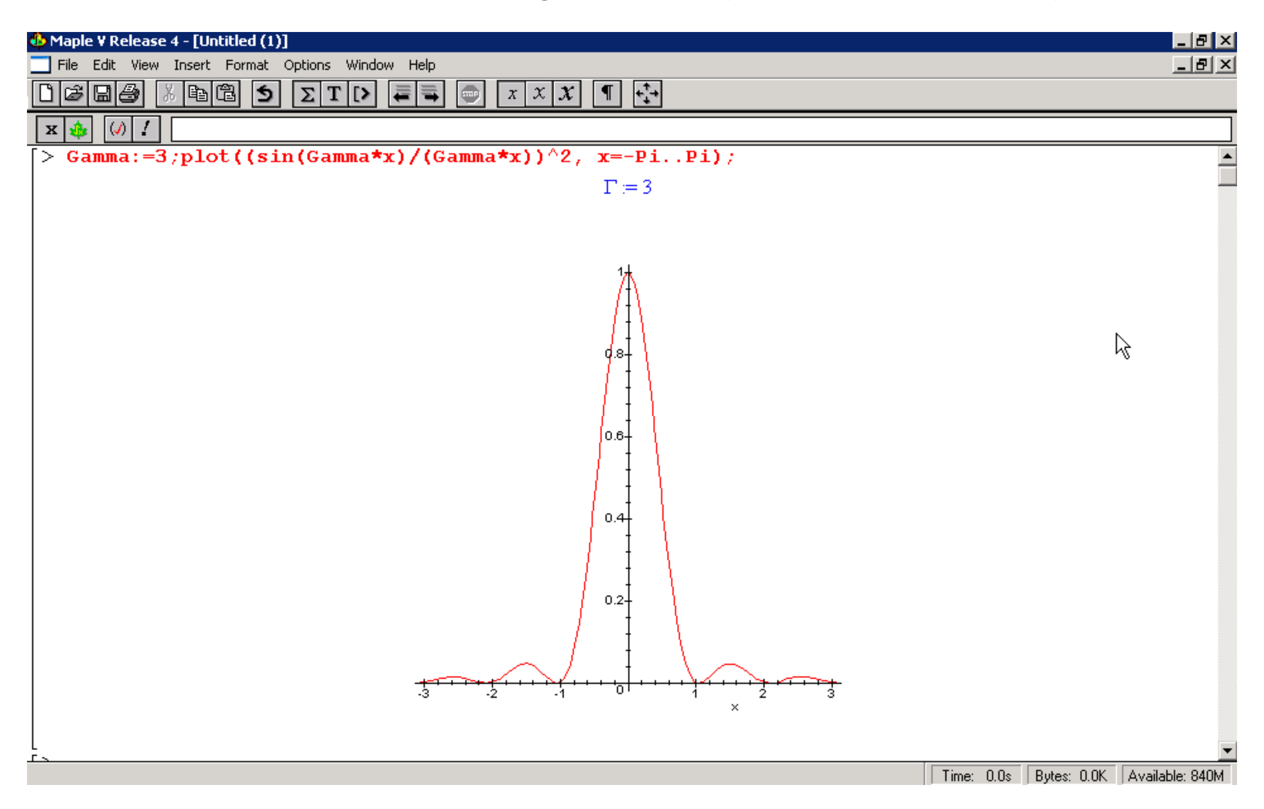
Diagramme de puissance d'un dipôle Hertzien en régime harmonique avec approximation des champs lointains:


Maple V Release 4 - [Untitled (1)]
File Edit View Insert Format Options Window Help
Maple Plot
Times New Roman
12
> plot3d(sin(theta)^2,phi=0..2*Pi,theta=0..Pi, coords=spherical,scaling=constrained,style=patch,axes=normal);
Time: 4.1s
Bytes: 832K
Available: 2.00G

Chapitre: Optique Ondulatoire

Diffraction de Fraunhofer

Plot des interférences d'une fente rectangulaire mince (diffraction de Fraunhofer):



Ou en plus élaboré avec Maple 17:

Sans-titre (4)* - [Server 2] - Maple 17

```
> restart :
  with(plots) :
  with(plottools) :
>
```

Ensuite on écrit un gros pavé:

alpha := Pi * A * sin(theta) / lambda:
beta := Pi * DD * sin(theta) / lambda:

```
beta2 := Pi * DD2 * sin(theta) / lambda:
f := theta -> I0 * (sin(alpha)/alpha)^2 * (cos(beta))^2:
A := 0.0000085:
DD := 0.00005:
DD2 := 0.00003:
lambda := 1e-06:
I0 := 1:
g := theta -> I0 * (cos(beta2))^2:
interference:=rotate(plot(f(theta), theta=-0.3..0.3,color=magenta),-Pi/2):
diffraction:=rotate(plot((sin(alpha)/alpha)^2,theta=-0.3..0.3, color=blue),-Pi/2):
fringes1 := display({interference,diffraction}):
interference2:=rotate(plot(g(theta),theta=-0.3..0.3,color=magenta),-Pi/2):
rect1 := rectangle([-1.6,0.3],[-1.5,0.14],color=blue):
rect2 := rectangle([-1.6,0.1],[-1.5,-0.1],color=blue):
rect3 := rectangle([-1.6,-0.14],[-1.5,-0.3],color=blue):
rect4 := rectangle([-1.6,0.13],[-1.5,-0.13],color=blue):
rect5 := rectangle([-1.6,1.125],[-1.5,0.7],color=blue):
rect6 := rectangle([-1.6,0.6],[-1.5,-0.6],color=blue):
rect7 := rectangle([-1.6,-0.7],[-1.5,-1.125],color=blue):
text1 := textplot([-0.78,0.25,L]):
text2 := textplot([-1.7,0.025,d]):
text3 := textplot([-1.55,0.12,a]):
text4 := textplot([-1.55,-0.12,a]):
text5 := textplot([0.2, -0.16, P]):
text6 := textplot([-0.5, -0.05, 'q'],font=[SYMBOL]):
text7 := textplot([-1.1,0.28,'d'],font=[SYMBOL]):
text8 := textplot([-0.9,0.28," = d sin"]):
text9 := textplot([-0.65, 0.28, 'q'],font=[SYMBOL]):
text10 := textplot([0.3, 0.065, 'q'], font=[SYMBOL]):
text11 := textplot([0.95, -0.12, 'P']):
text12 := textplot([-1.45, 0.2, 'q'], font=[SYMBOL]):
text13 := textplot([-1.7, 0.4,d]):
arc1 := arc([-0.45,-0.05], 0.05, -Pi/2..Pi/2):
arc2 := arc([0.3,0.065], 0.05, -Pi/2..Pi/2):
arrow1 := arrow([-0.83,0.25], [-1.48,0.25], .2,.03,.1,arrow):
arrow2 := arrow([-0.73, 0.25], [-0.02, 0.25], .2, .03, .1, arrow):
arrow3 := arrow([-1.65, 0],[-1.65,0.1], .2,.1,.1,arrow):
arrow4 := arrow([-1.65, 0],[-1.65,-0.1], .2,.1,.1,arrow):
arrow5 := arrow([-1.5, 0], [0,0],.1,.03, .05,arrow,linestyle=DASH):
arrow6 := arrow([-1.5, 0], [0, -0.16],.1, .03,.05,arrow,linestyle=DASH):
arrow7 := arrow([-1.65,0], [-1.65,0.13], .2,.1,.1,arrow):
arrow8 := arrow([-1.65,0], [-1.65,-0.13], .2,.1,.1,arrow):
arrow9 := arrow([-1.5,0.12],[0.7,0.12],.2, .03,.05,arrow,linestyle=DOT):
arrow10 := arrow([-1.5,0.12],[1,-0.04],.2, .03,.05,arrow,linestyle=DASH):
arrow11 := arrow([-1.5,-0.12],[1,-0.28],.2, .03,.05,arrow,linestyle=DASH):
arrow12 := arrow([-0.138/0.14,0.24],[-1.3,0.26], .1,.02,.2,arrow):
arrow13 := arrow([-1.3,0.26], [-0.138/0.14,0.24], .1, .02, .2, arrow):
arrow14 := arrow([-0.25,-0.08], [1,-0.16], .2,.03,.05,arrow):
```

```
arrow15 := arrow([-1.65,0], [-1.65, 0.6], .2,.1,.1,arrow):
arrow16 := arrow([-1.65,0], [-1.65, -0.6], .2,.1,.1,arrow):
line1 := line([0,0.3],[0,-0.3]):
line2 := line([-1.5,0.12],[-1.3,0.26]):
line3 := line([-1.5,-0.12], [-0.138/0.14,0.24]):
line4 := line([0,1.125],[0,-1.125],color=black):
for i from 1 to 6 do
lines[i] := line([-1.7 - i * 0.05,0.25],[-1.7 - i * 0.05, -0.25],color=orange):
end do:
for i from 1 to 6 do
lines2[i] := line([-1.7 - i * 0.05,1.125],[-1.7 - i * 0.05, -1.125],color=orange):
end do:
numCircles := 23:
last := NULL:
for i from 1 to numCircles do
circles1[i] := arc([-1.5,0.65], 0 + i * 0.11, -Pi/2..Pi/2,color=blue):
circles2[i] := arc([-1.5,-0.65], 0 + i * 0.11, -Pi/2..Pi/2,color=red):
last := last, circles1[i], circles2[i]:
di||i := display([last]):
end do:
cirAni := display(di||(1..numCircles),insequence=true):
diffAndInter := {fringes1, rect1, rect2, rect3, text1, text2, text3, text4, text5, text6,
arc1, arrow1, arrow2, arrow3, arrow4, arrow5, arrow6, line1, seq(lines[i],i=1..6)}:
inter := {interference2, rect1, rect4, rect3, text1, text2, text5, text6, arc1, arrow1,
arrow2, arrow7, arrow8, arrow5, arrow6, line1, seq(lines[i],i=1..6)}:
details := {seq(lines[i], i=1..6), text2, arrow3, arrow4, text3, text4, text7, text8, text9,
text10, text11, text12, arc2, rect1, rect2, rect3, arrow9, arrow10, arrow11, arrow12,
arrow13, arrow14, line2, line3}:
waves := {seq(lines2[i], i=1..6), text13, arrow15, arrow16, rect5, rect6, rect7, line4,
cirAni}:
```

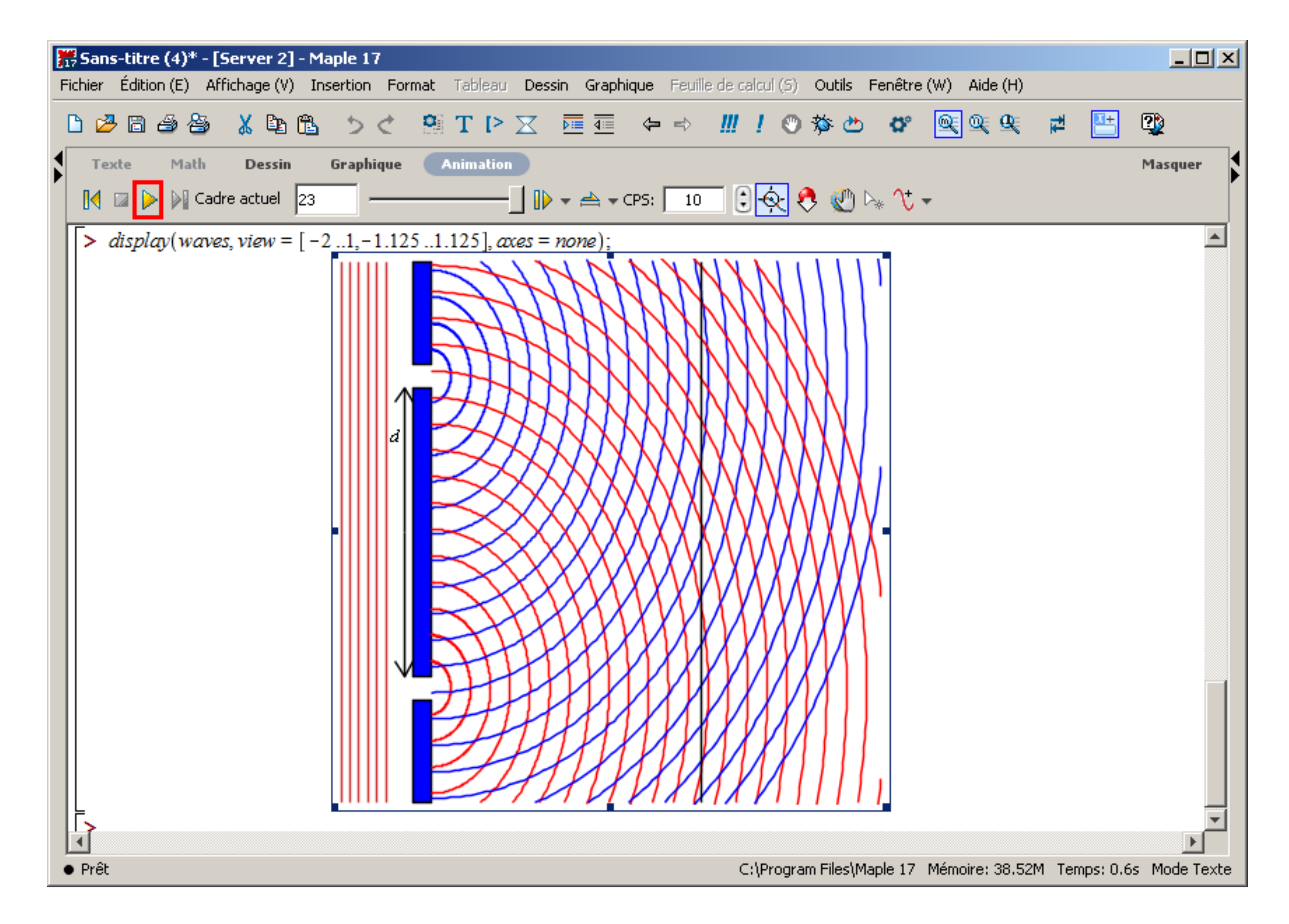
Soit:

Sans-titre (4)* - [Server 2] - Maple 17

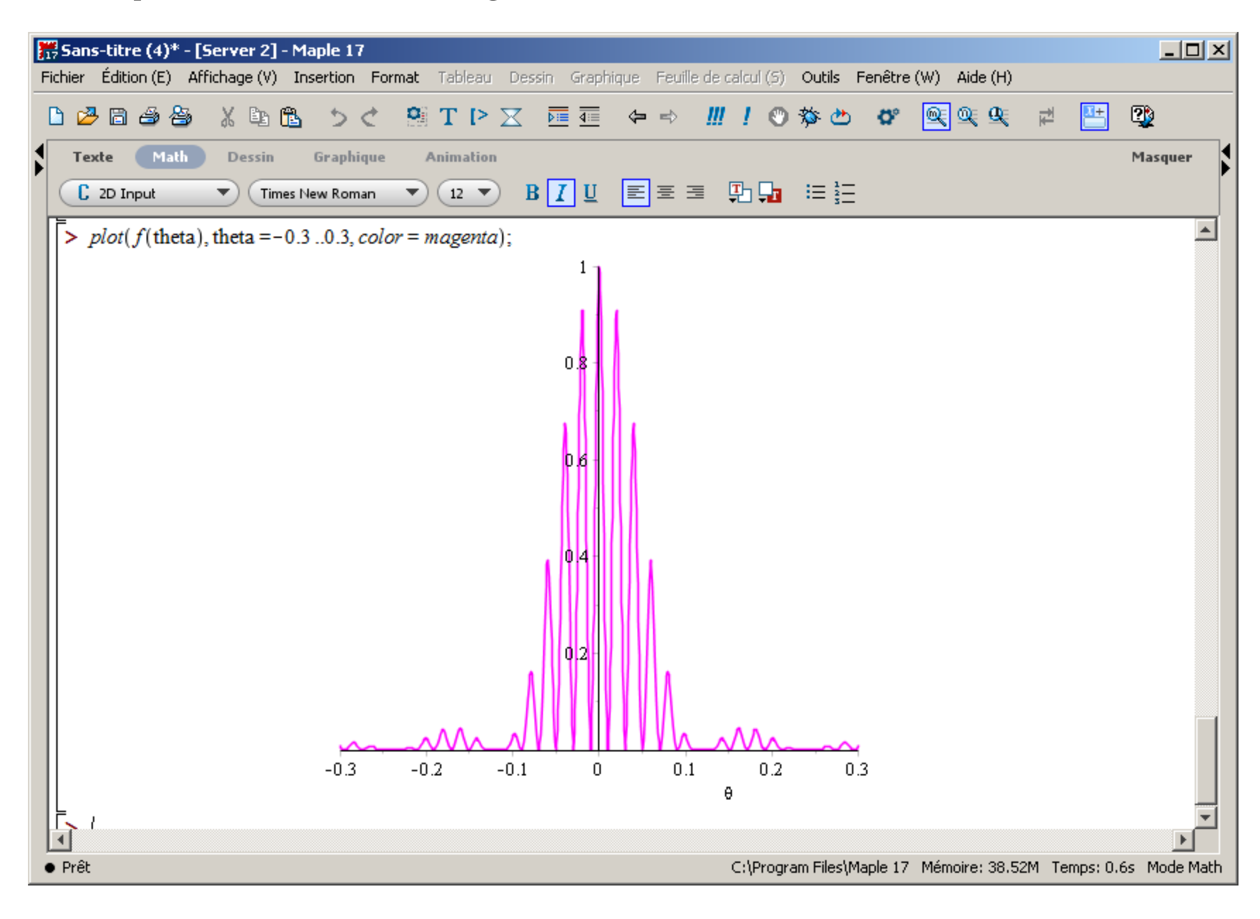
```
arc2 := arc([0.5, 0.005], 0.05, -Pi/2..Pi/2) :
arrow1 := arrow([-0.83, 0.25], [-1.48, 0.25], .2, .03, .1, arrow) :
arrow2 := arrow([-0.73, 0.25], [-0.02, 0.25], .2, .03, .1, arrow) :
arrow3 := arrow([-1.65, 0], [-1.65, 0.1], .2, .1, .1, arrow) :
arrow4 := arrow([-1.65, 0], [-1.65,-0.1], .2, .1, .1, arrow) :
arrow5 := arrow([-1.5, 0], [0, 0], .1, .03, .05, arrow, linestyle = DASH) :
arrow6 := arrow([-1.5, 0], [0, -0.16], .1, .03, .05, arrow, linestyle = DASH) :
arrow7 := arrow([-1.65, 0], [-1.65, 0.13], .2, .1, .1, arrow) :
arrow8 := arrow([-1.65, 0], [-1.65,-0.13], .2, .1, .1, arrow) :
arrow9 := arrow([-1.5, 0.12], [0.7, 0.12], .2, .03, .05, arrow, linestyle = DOT) :
arrow10 := arrow([-1.5, 0.12], [1,-0.04], .2, .03, .05, arrow, linestyle = DASH) :
arrow11 := arrow([-1.5,-0.12], [1,-0.28], .2, .03, .05, arrow, linestyle = DASH) :
arrow12 := arrow([-0.138/0.14, 0.24], [-1.3, 0.26], .1, .02, .2, arrow) :
arrow13 := arrow([-1.3, 0.26], [-0.138/0.14, 0.24], .1, .02, .2, arrow) :
arrow14 := arrow([-0.25,-0.08], [1,-0.16], .2, .03, .05, arrow) :
arrow15 := arrow([-1.65, 0], [-1.65, 0.6], .2, .1, .1, arrow) :
arrow16 := arrow([-1.65, 0], [-1.65, -0.6], .2, .1, .1, arrow) :
line1 := line([0, 0.3], [0,-0.3]) :
line2 := line([-1.5, 0.12], [-1.3, 0.26]) :
line3 := line([-1.5,-0.12], [-0.138/0.14, 0.24]) :
line4 := line([0, 1.125], [0,-1.125], color = black) :
for i from 1 to 6 do
lines[i] := line([-1.7 - i * 0.05, 0.25], [-1.7 - i * 0.05, -0.25], color = orange) :
end do:
for i from 1 to 6 do
lines2[i] := line([-1.7 - i * 0.05, 1.125], [-1.7 - i * 0.05, -1.125], color = orange) :
end do:
numCircles := 23 :
last := NULL :
for i from 1 to numCircles do
circles1[i] := arc([-1.5, 0.65], 0 + i * 0.11, -Pi/2 ..Pi/2, color = blue) :
circles2[i] := arc([-1.5,-0.65], 0 + i * 0.11, -Pi/2 ..Pi/2, color = red) :
last := last, circles1[i], circles2[i] :
di||i := display([last]) :
end do:
cirAni := display(di||(1 ..numCircles), insequence = true):
diffAndInter := {fringes1, rect1, rect2, rect3, text1, text2, text3, text4, text5, text6, arc1, arrow1, arrow2, arrow3, arrow4,
    arrow5, arrow6, line1, seq(lines[i], i = 1 ..6)} :
inter := {interference2, rect1, rect4, rect3, text1, text2, text5, text6, arc1, arrow1, arrow2, arrow7, arrow8, arrow5, arrow6, line1,
    seq(lines[i], i = 1 ..6)} :
details := {seq(lines[i], i = 1 ..6), text2, arrow3, arrow4, text3, text4, text7, text8, text9, text10, text11, text12, arc2, rect1, rect2,
    rect3, arrow9, arrow10, arrow11, arrow12, arrow13, arrow14, line2, line3} :
waves := {seq(lines2[i], i = 1 ..6), text13, arrow15, arrow16, rect5, rect6, rect7, line4, cirAni} :
>
```

Prêt — C:\Program Files\Maple 17 — Mémoire: 38.52M — Temps: 0.6s — Mode Math

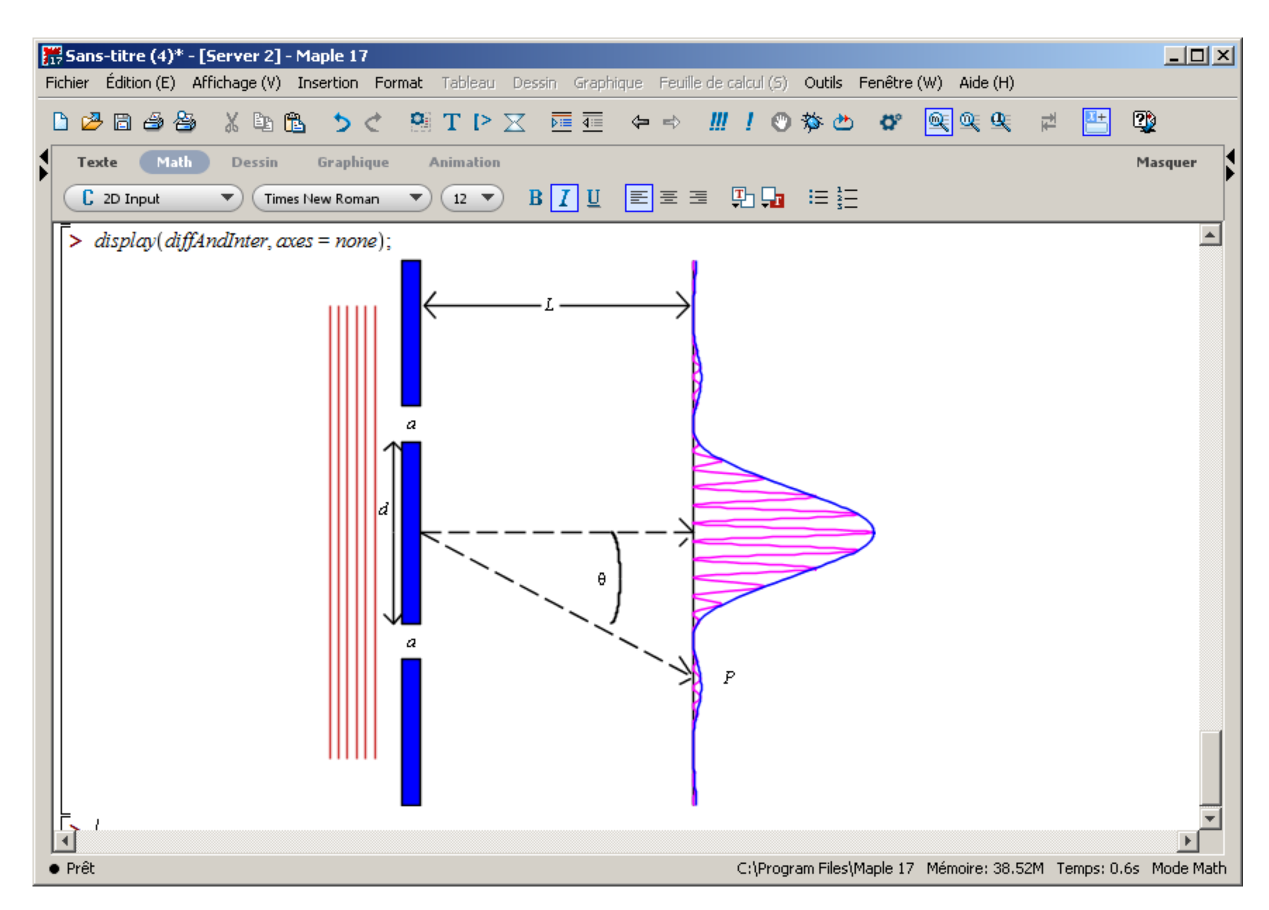
Ensuite, nous pouvons ajouter une ligne de code et lancer une animation:



Et nous pouvons aussi tracer la frange d'intérférence:

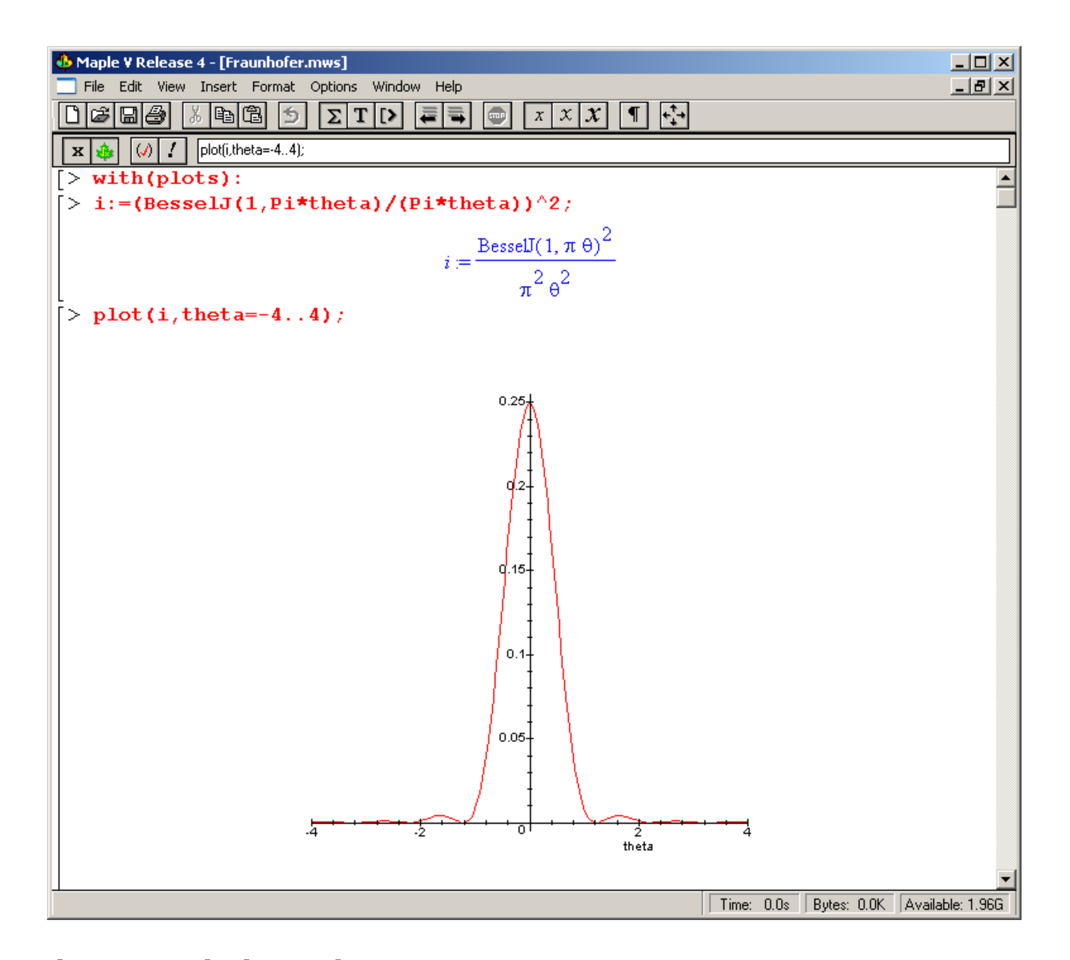


Ou encore mieux:

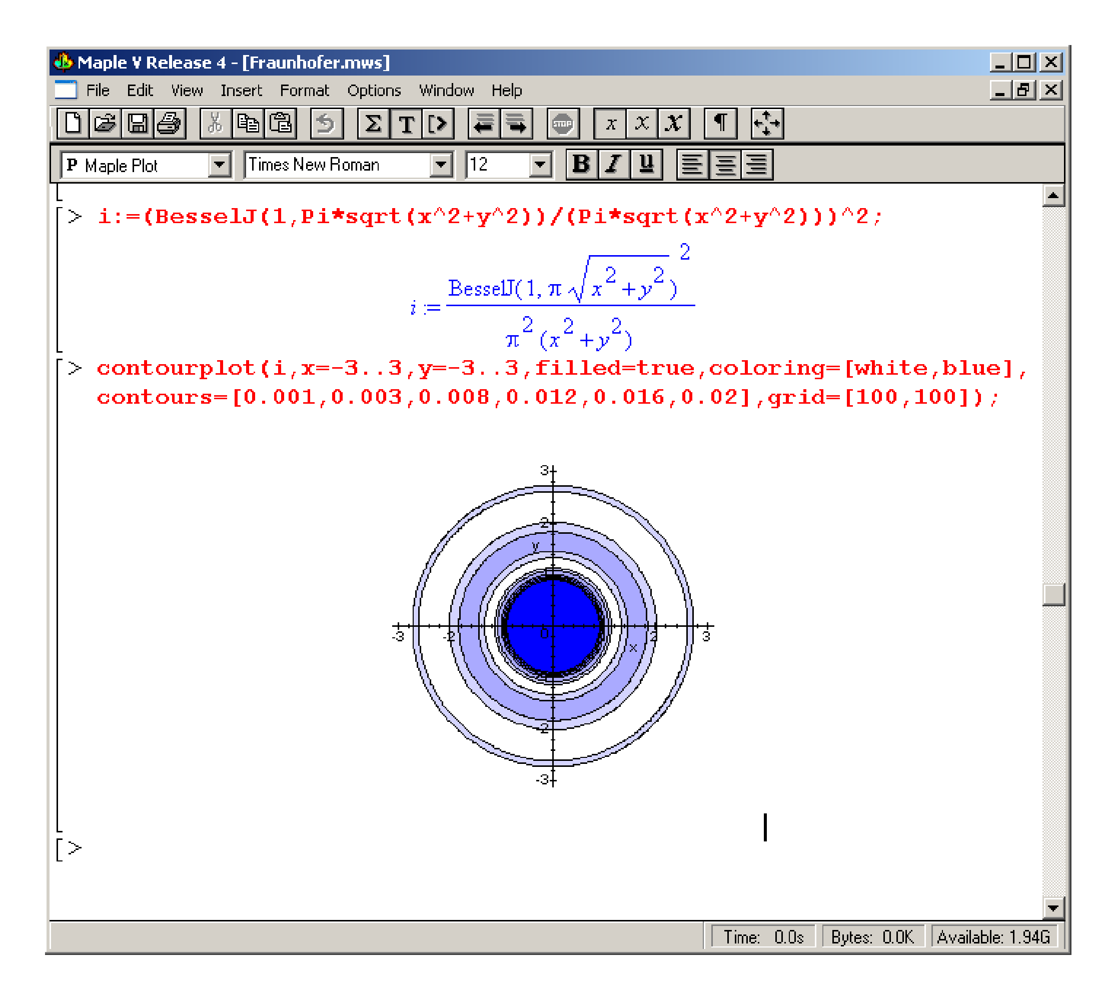


Diffraction de Fresnel

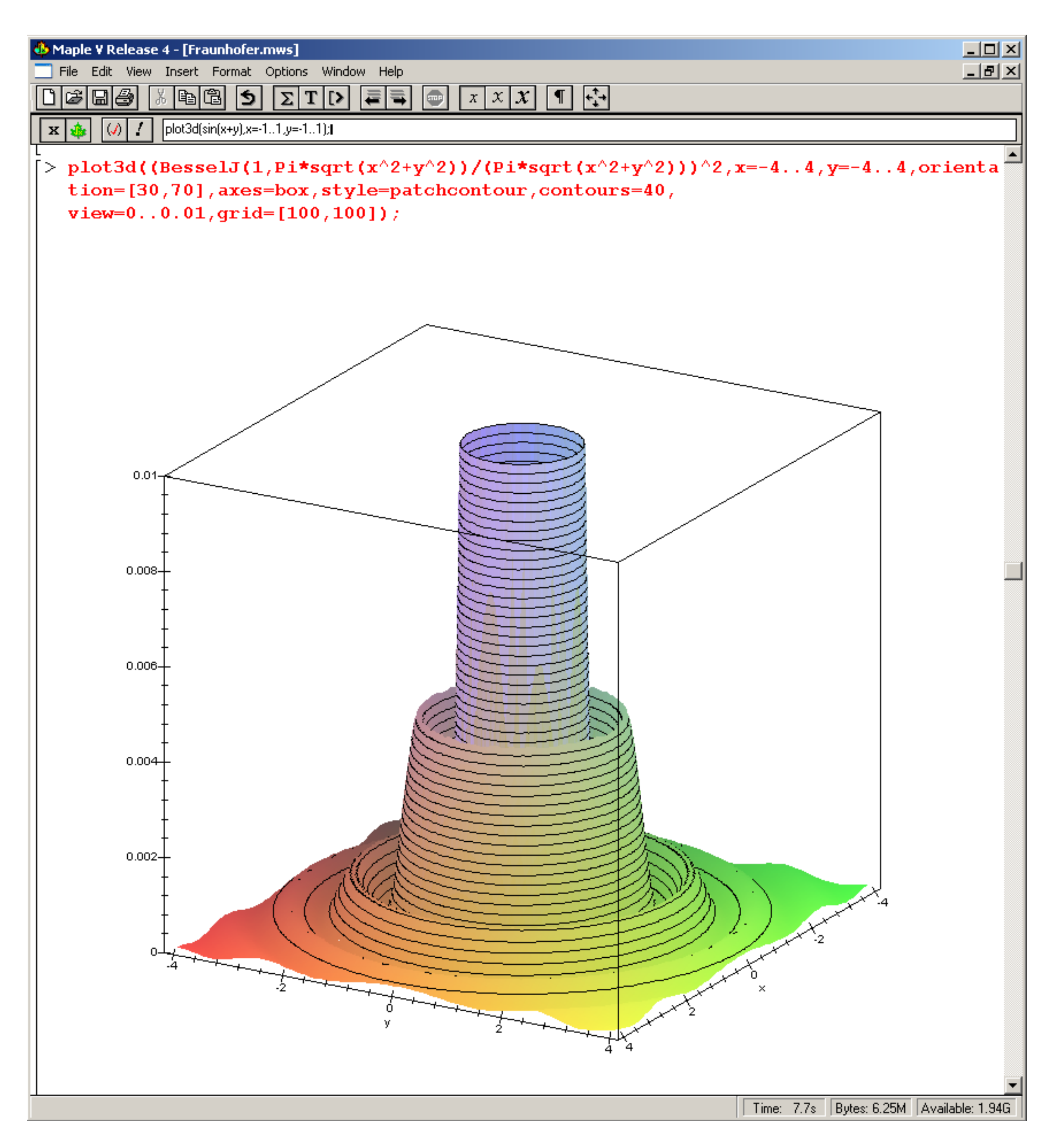
Plot des interférences d'une fente circulaire (diffraction de Fresnel):



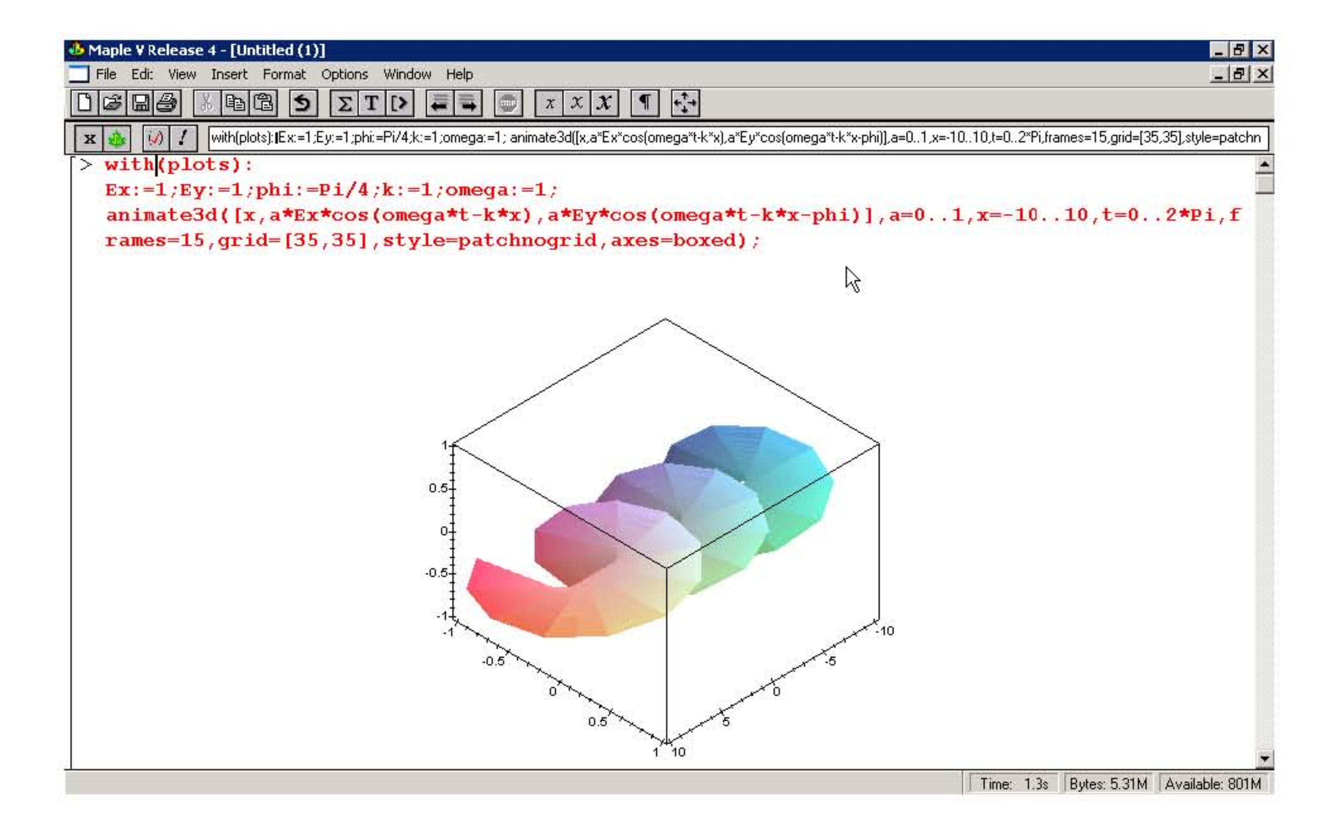
On peut plotter aussi le disque de Airy:



ou en 3D aussi:



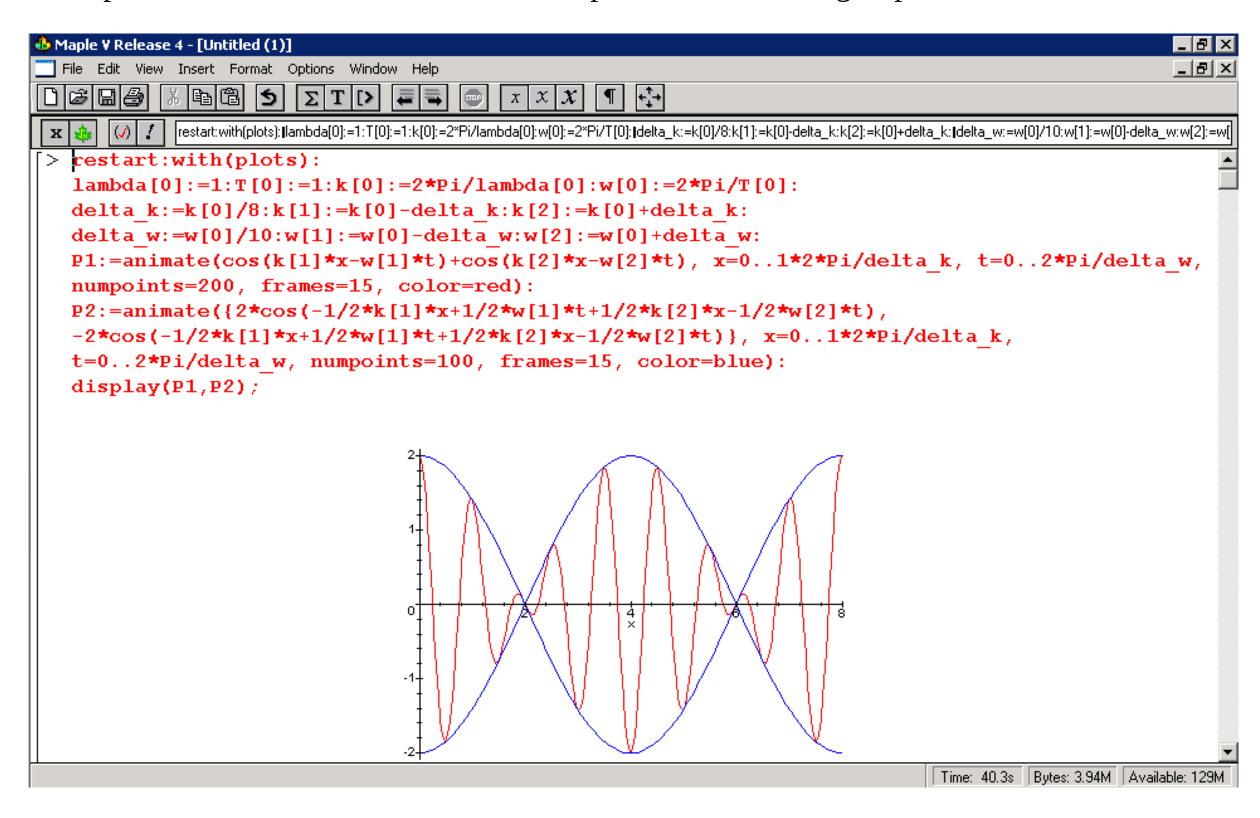
Animation de la "propagation" d'une onde électromagnétique polarisée (elliptique directe gauche):


Maple V Release 4 - [Untitled (1)]
File Edit View Insert Format Options Window Help
> with(plots):
Ex:=1;Ey:=1;phi:=Pi/4;k:=1;omega:=1;
animate3d([x,a*Ex*cos(omega*t-k*x),a*Ey*cos(omega*t-k*x-phi)],a=0..1,x=-10..10,t=0..2*Pi,f
rames=15,grid=[35,35],style=patchnogrid,axes=boxed);
Time: 1.3s Bytes: 5.31M Available: 801M

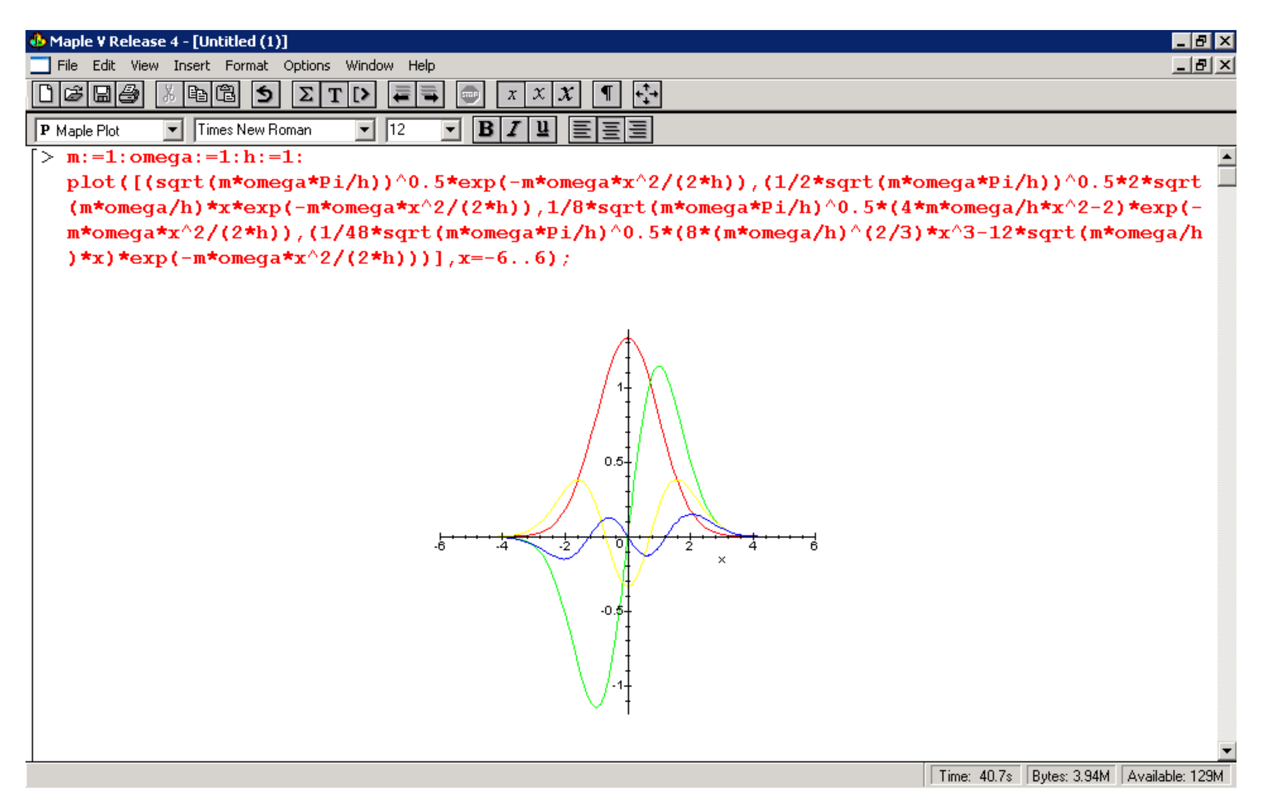
Section: Physique Atomique

Chapitre: Physique Quantique Ondulatoire

Exemple de différenciation entre vitesse de phase et vitesse de groupe:



Représentation des fonctions propres et fonctions de densité de quelques niveaux d'énergie de l'oscillateur harmonique:



Chapitre: Physique Quantique Relativiste

Calcule des propriétés des sous-matrices de Weyl et en particulier l'utilisation de la libraire **commut** pour calculer les commutateurs.

D'abord on construit les matrices habituelles:

Maple V Release 4 - [Weyl_Matrices.mws]

File Edit View Insert Format Options Window Help

evalm(alpha3^2);

```
> with(linalg):
Warning, new definition for norm
Warning, new definition for trace
> beta:=array([[0,0,1,0],[0,0,0,1],[1,0,0,0],[0,1,0,0]]);
```

$$\beta := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

```
> alpha1:=array([[0,0,0,1],[0,0,1,0],[0,1,0,0],[1,0,0,0]]);
```

$$\alpha 1 := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

```
> alpha2:=array([[0,0,0,-I],[0,0,I,0],[0,-I,0,0],[I,0,0,0]]);
```

$$\alpha 2 := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -I \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & -I & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

```
> alpha3:=array([[0,0,1,0],[0,0,0,-1],[1,0,0,0],[0,-1,0,0]]);
```

$$\alpha 3 := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Time: 0.0s Bytes: 0.0K Available: 308M

On vérifie une première série de propriétés induites dans le cours théorique:

Maple V Release 4 - [Weyl_Matrices.mws]

File Edit View Insert Format Options Window Help

```
> evalm(beta^2);
>
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

```
> evalm(alpha1^2);
>
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

```
> evalm(alpha2^2);
```

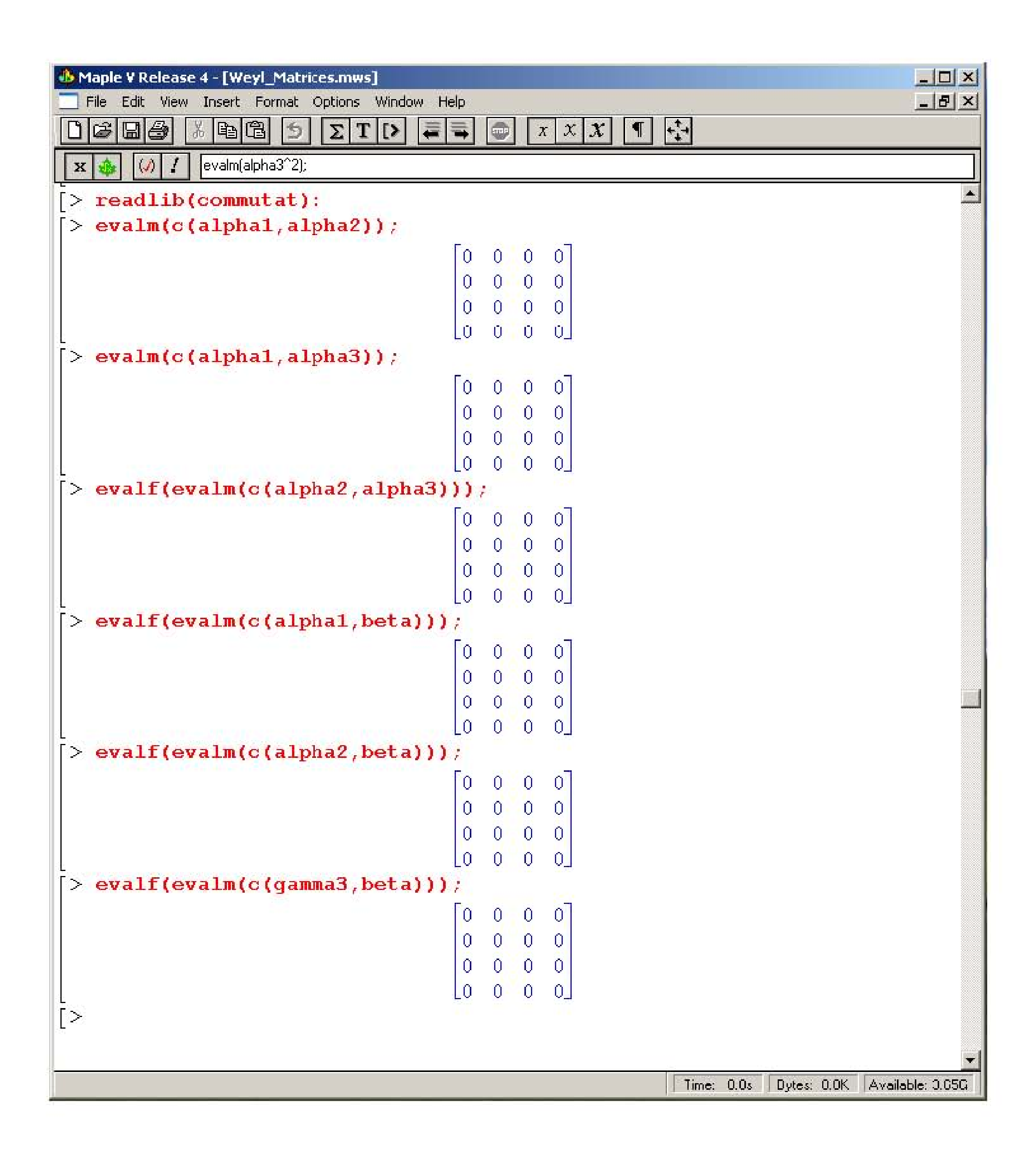
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

```
> evalm(alpha3^2);
```

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Time: 0.0s Bytes: 0.0K Available: 3.64G

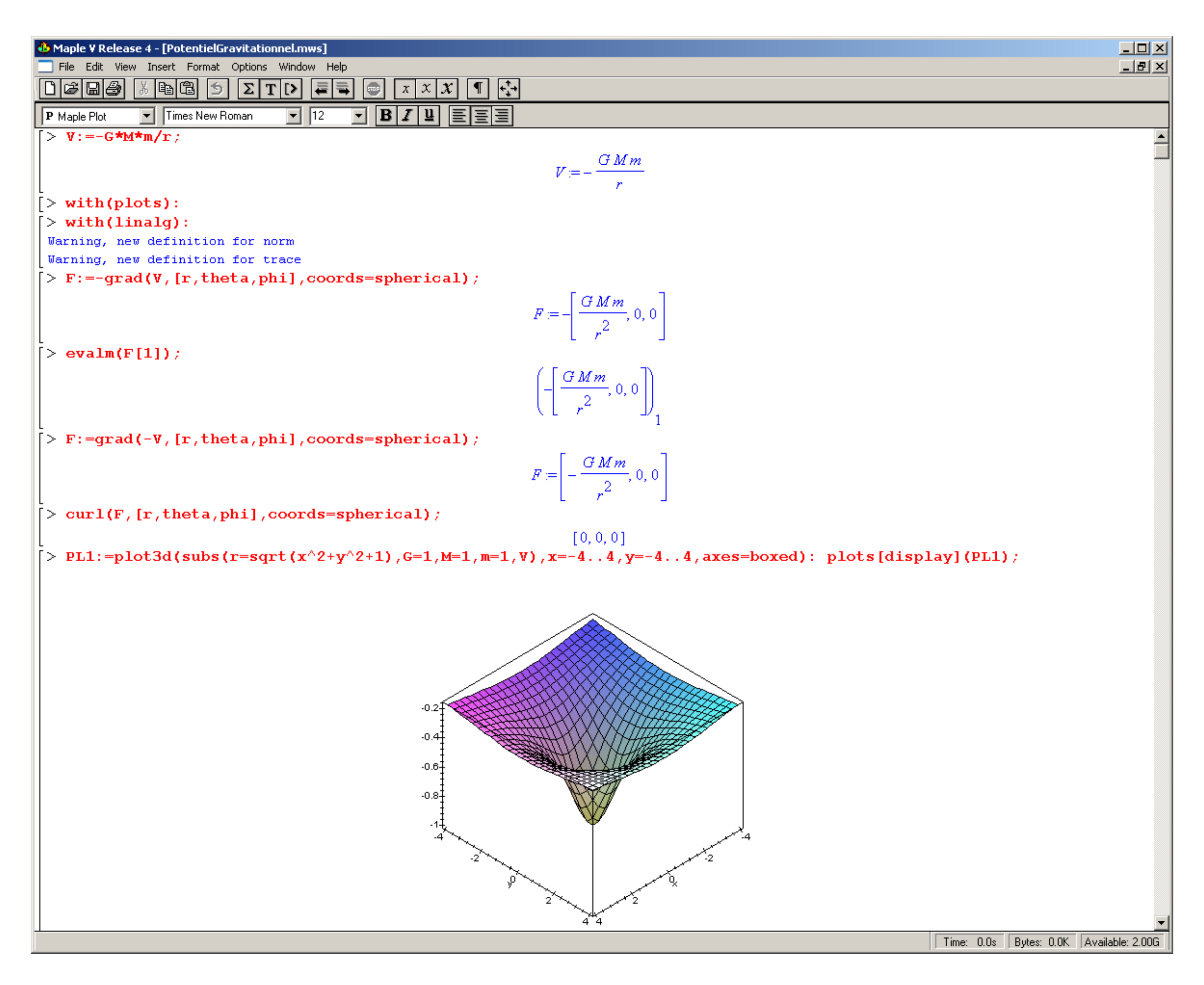
et la seconde série:


Maple V Release 4 - [Weyl_Matrices.mws]
File Edit View Insert Format Options Window Help
evalm(alpha3^2);
> readlib(commutat):
> evalm(c(alpha1,alpha2));
> evalm(c(alpha1,alpha3));
> evalf(evalm(c(alpha2,alpha3)));
> evalf(evalm(c(alpha1,beta)));
> evalf(evalm(c(alpha2,beta)));
> evalf(evalm(c(gamma3,beta)));
Time: 0.0s
Bytes: 0.0K
Available: 3.05G

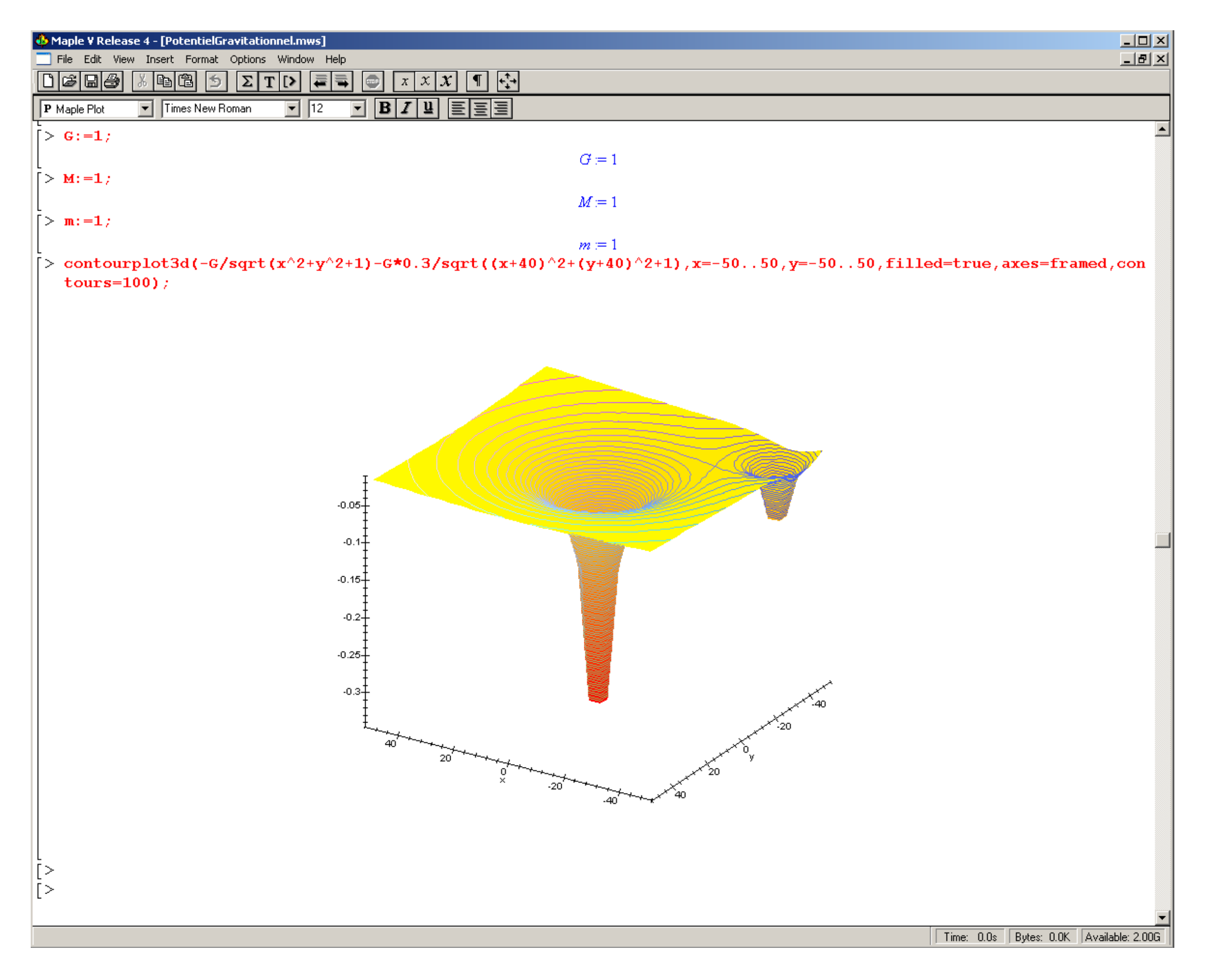
Section: Cosmologie

Chapitre: Astronomie

Traçons le potentiel gravitationnel de deux astres parfaitement sphériques selon la mécanique newtonienne:

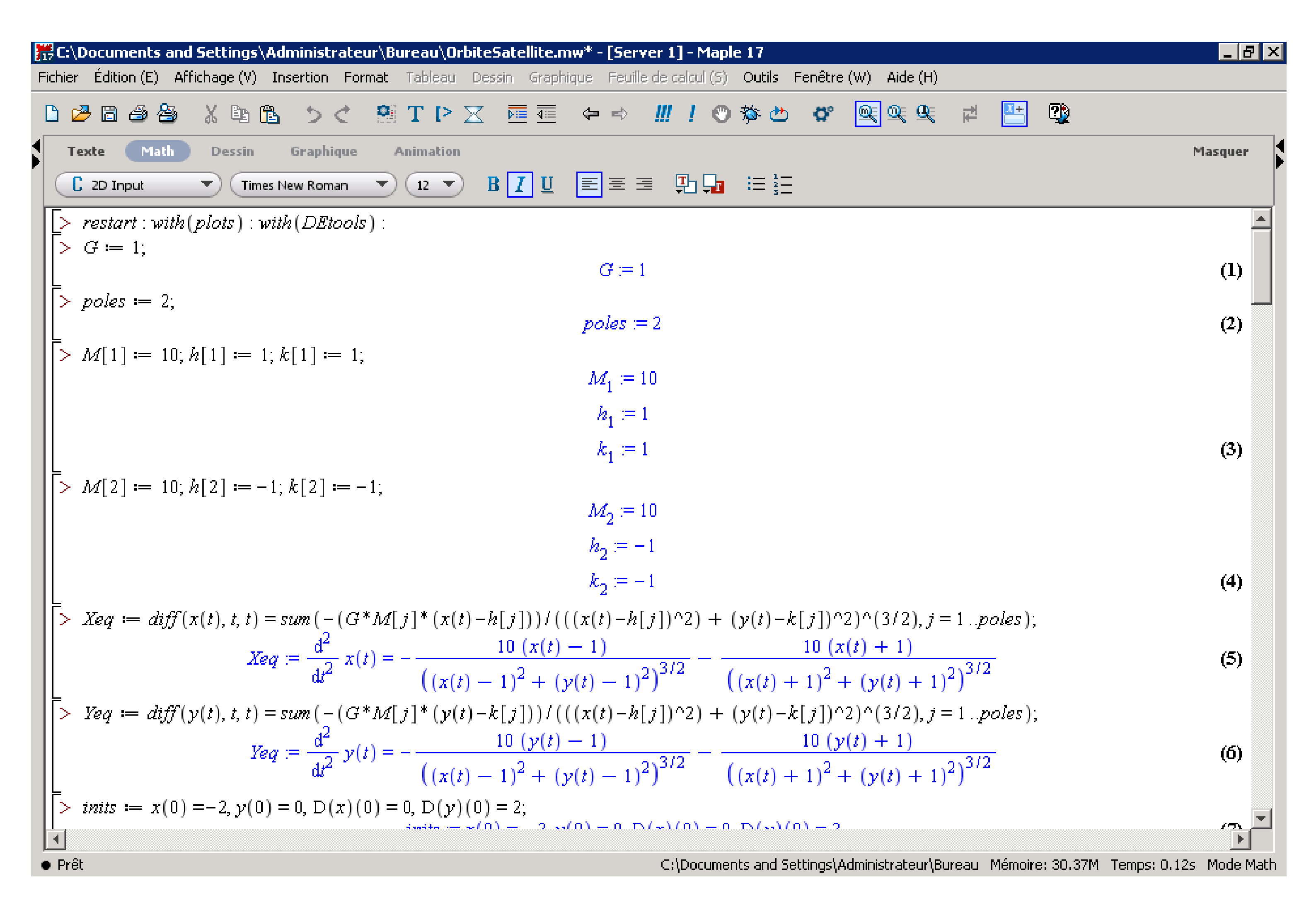


Et pour deux corps:

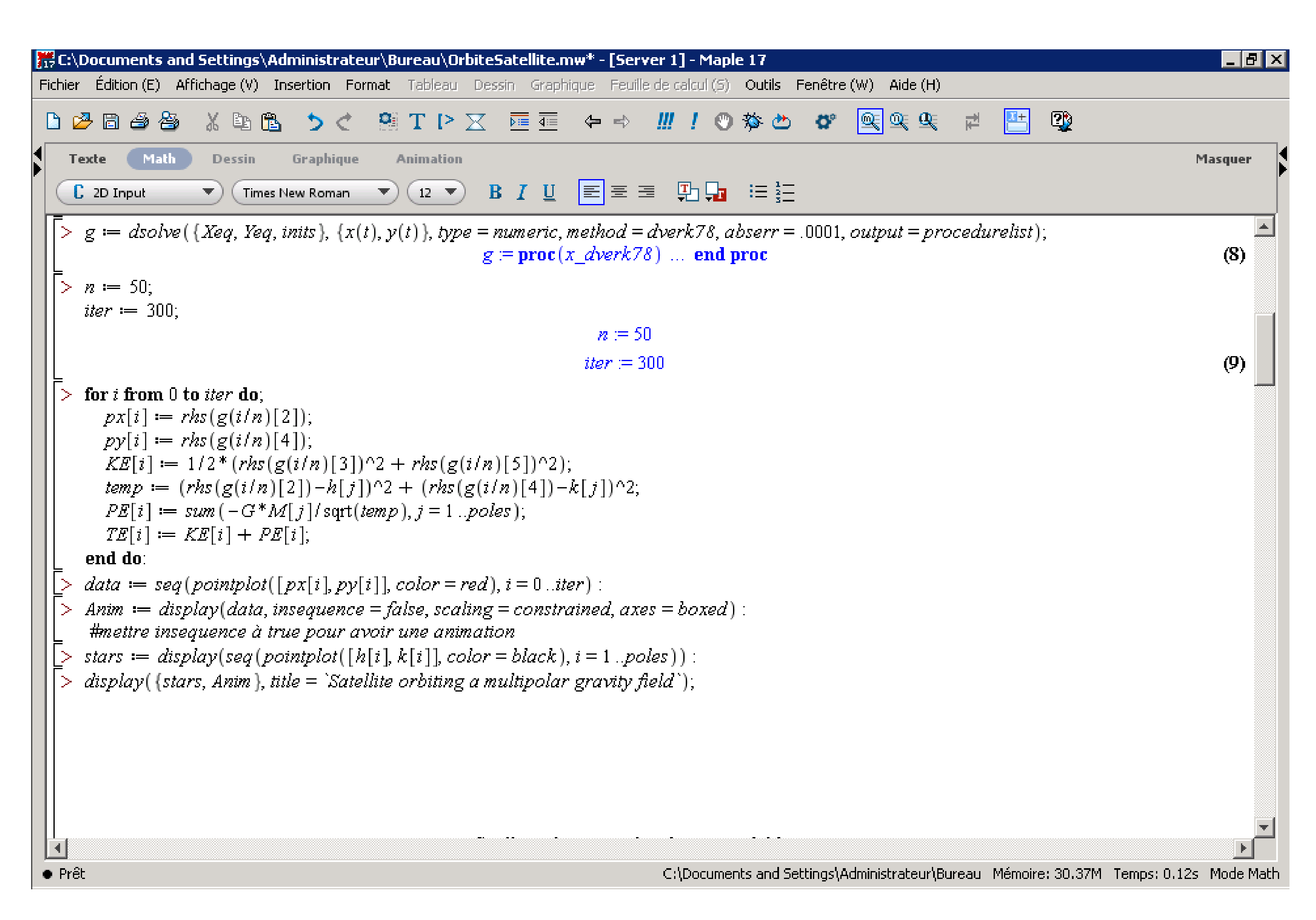


Voyons maintenant comme simuler une trajectoire d'un objet autours de deux corps toujours dans le cadre de la mécanique newtonienne!

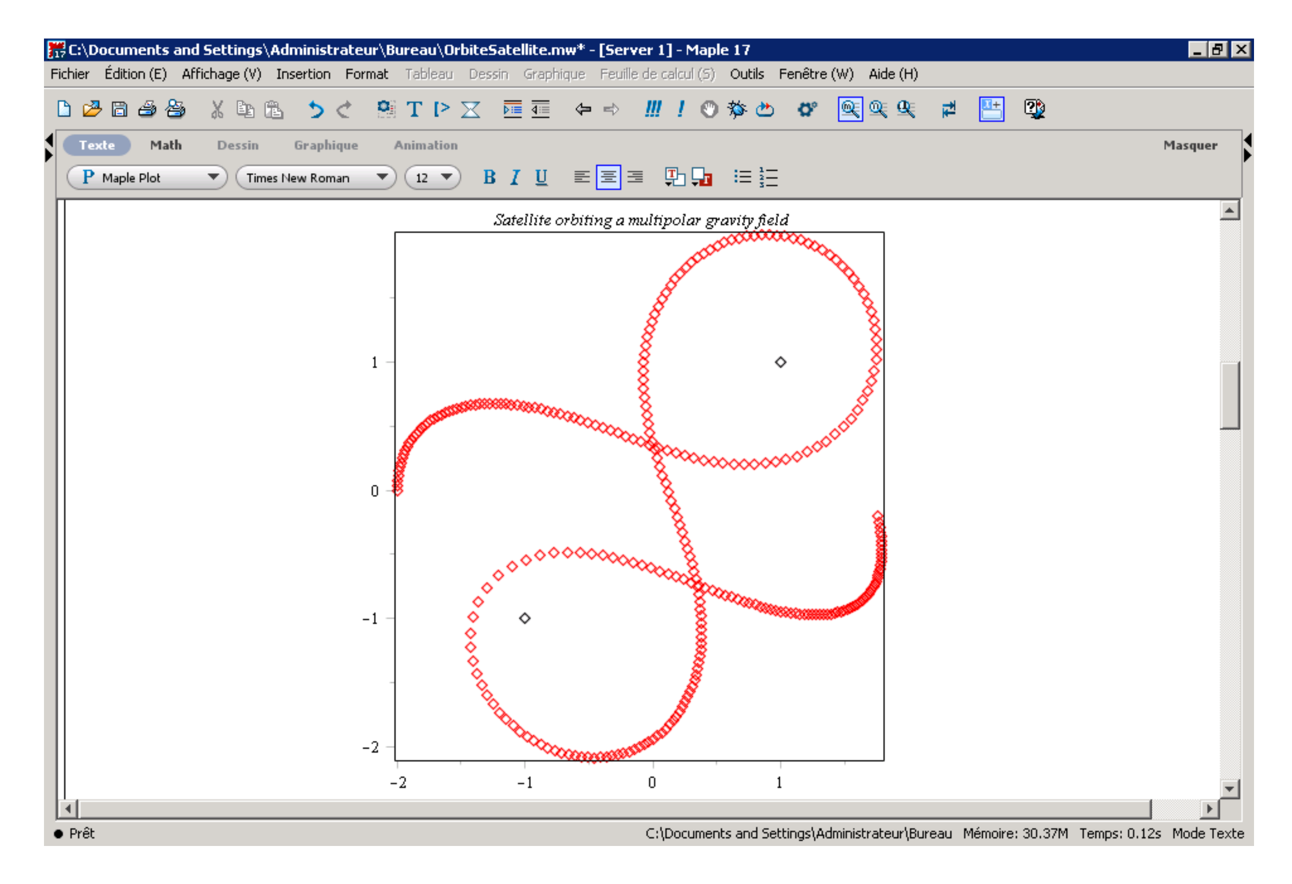
Nous définissons les constantes, les poids relatifs des deux astres fixes et leur position en U.A. ainsi que la position initiale et la vitesse initiale du satellite dans Maple 17:



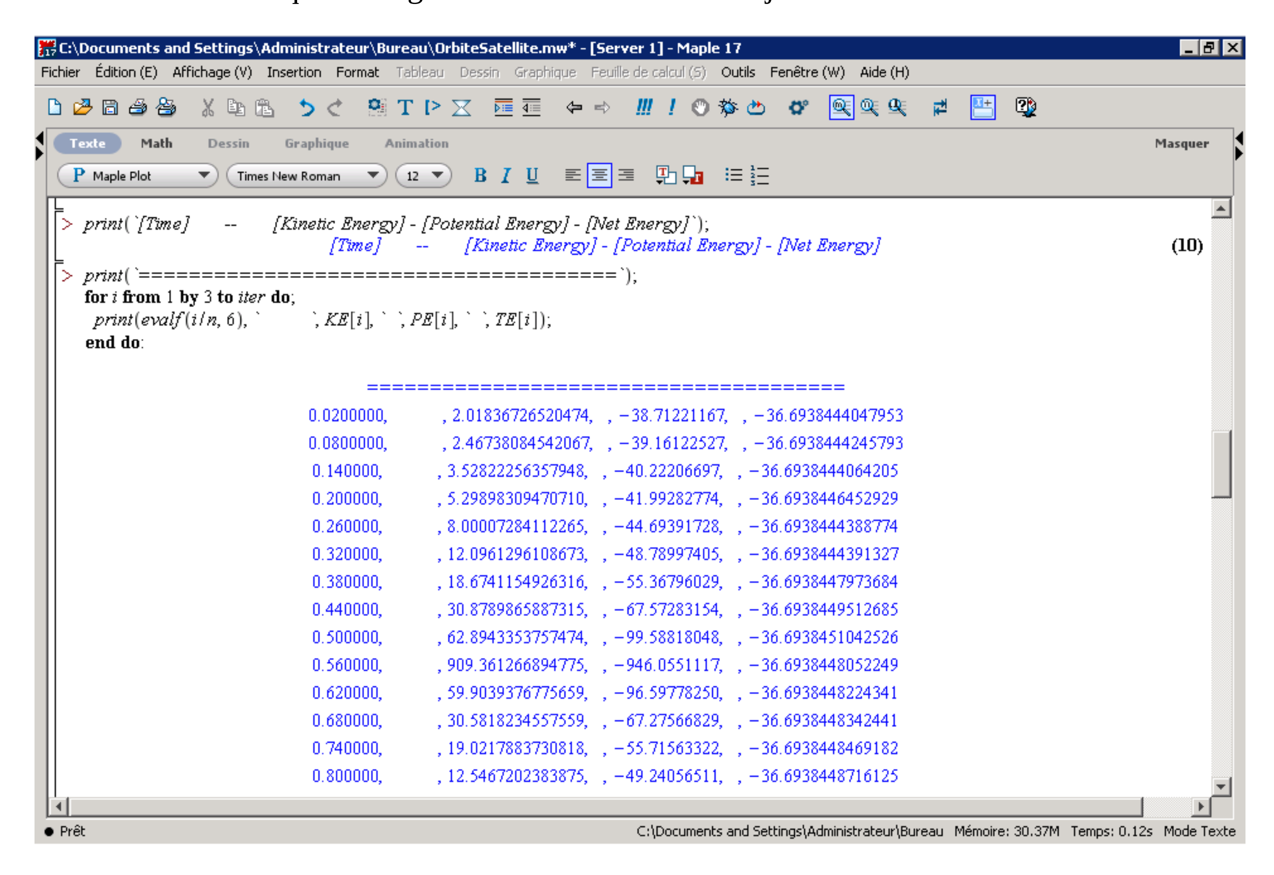
Nous résolvons numérique l'équation différentielle le nombre de fois voulu:



Ce qui donne graphiquement:

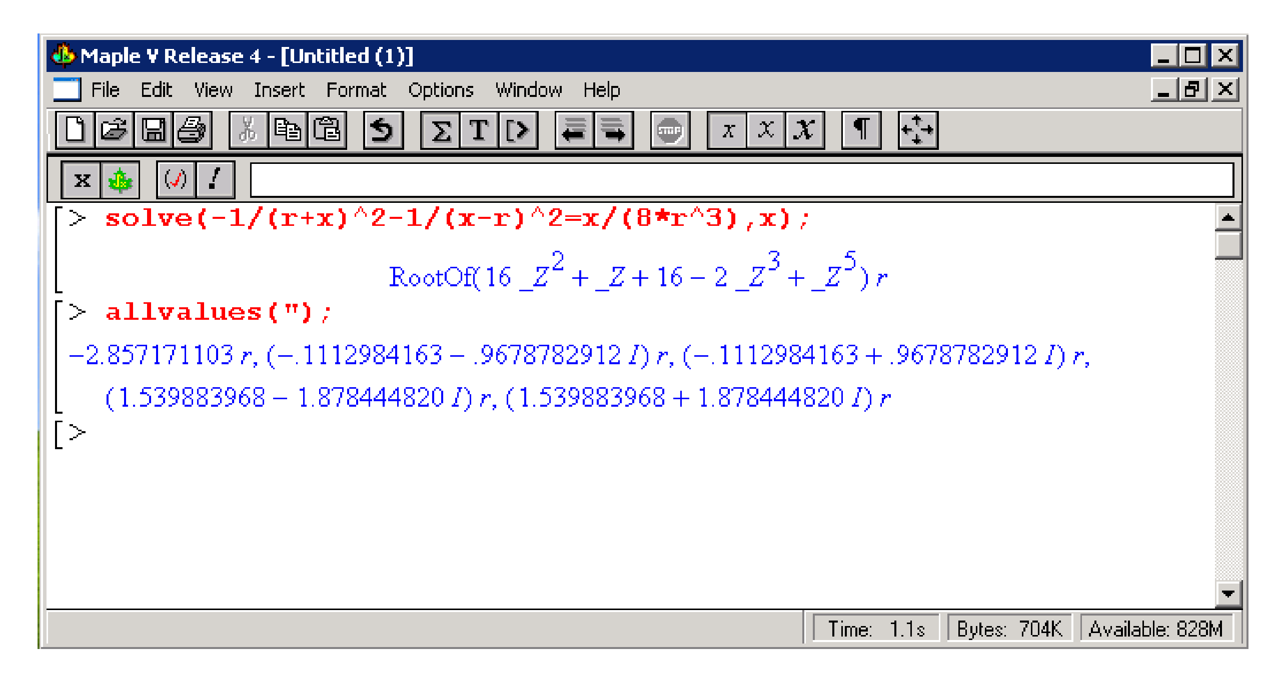


Et nous contrôlons que l'énergie totale du satellite est toujours constante:



Détermination numérique du deuxième point de Lagrange à partir de l'équation:

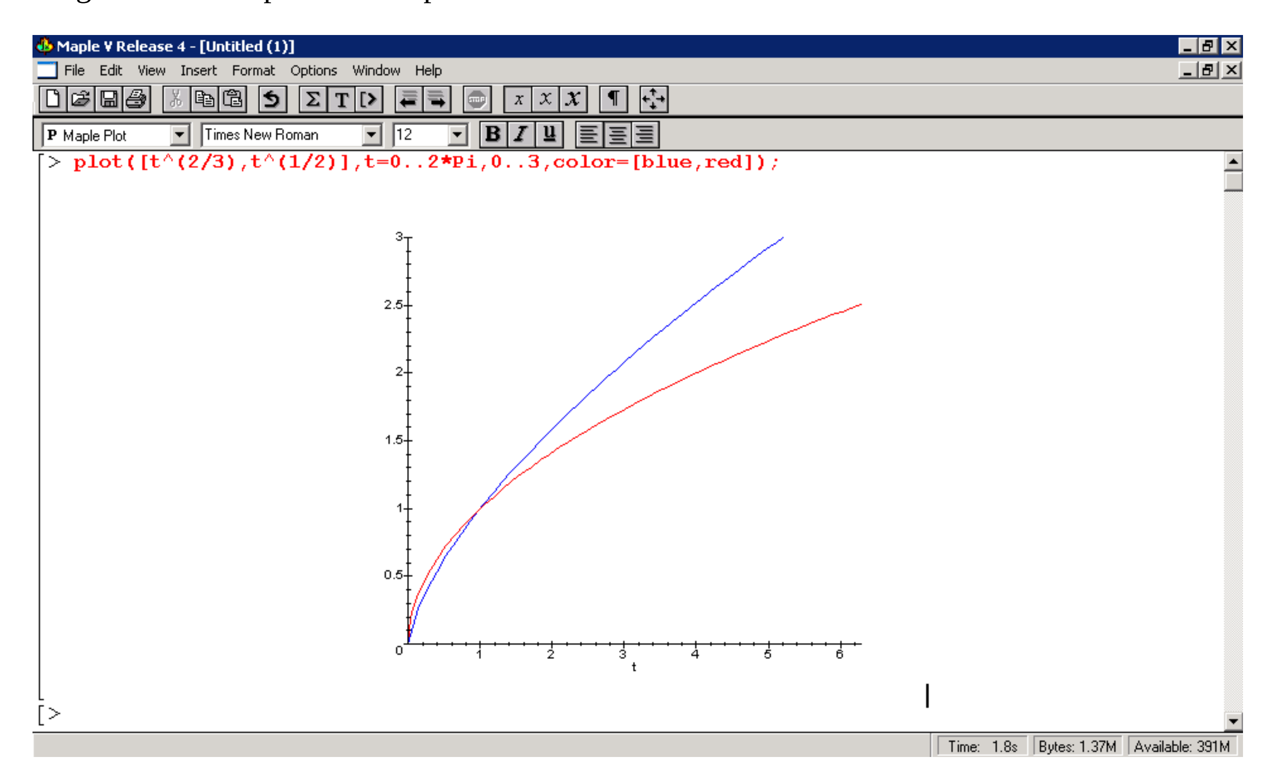
$$\frac{1}{(r+x)^2}+\frac{1}{(x-r)^2}=\frac{x}{8r^3}$$



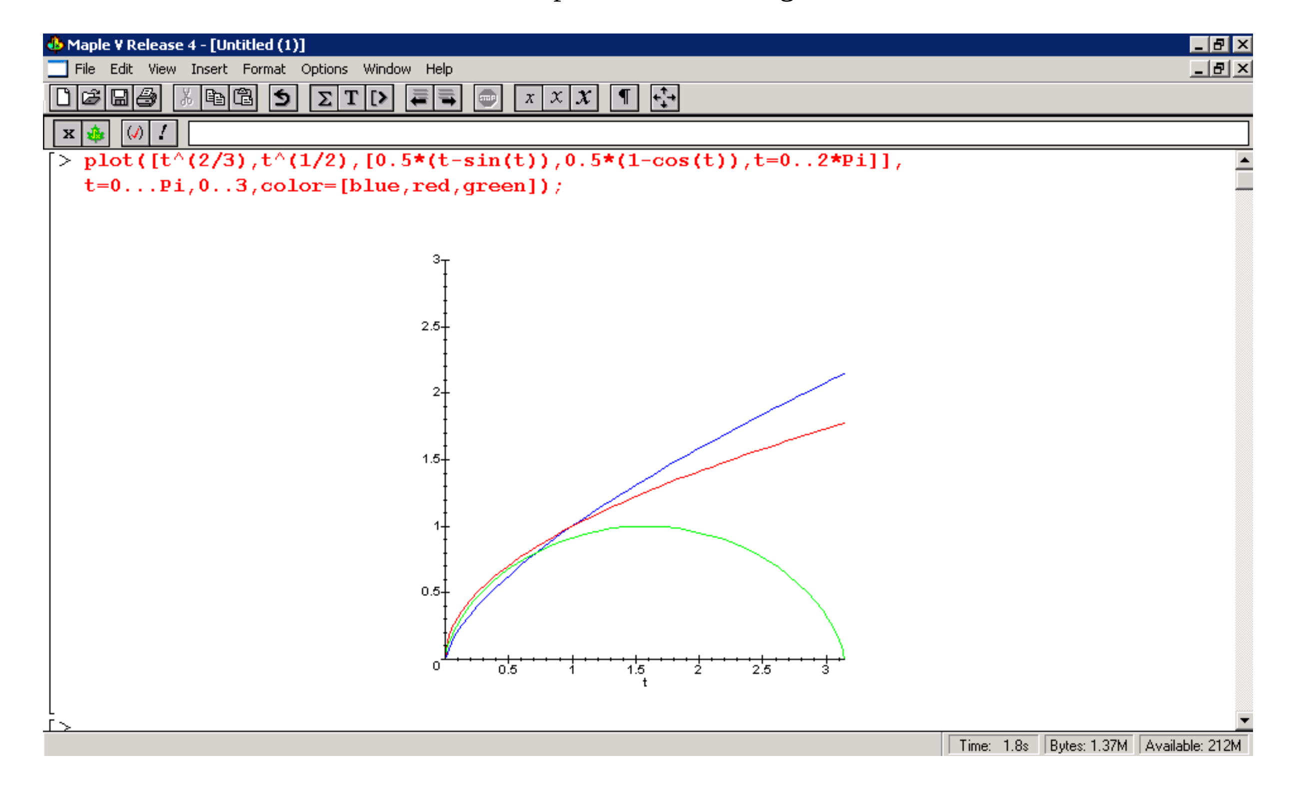
Nous avions gardé que la solution réelle!

Chapitre: Cosmologie

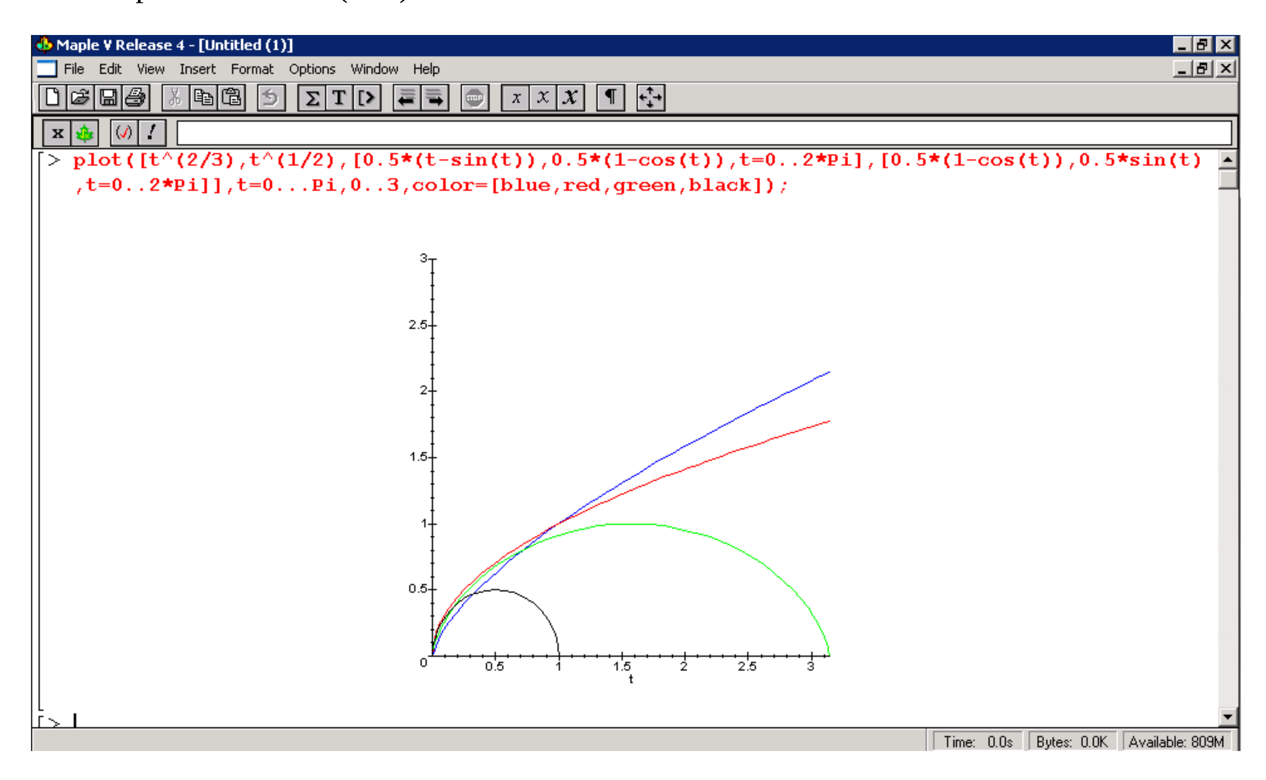
Évolution du rayon d'un Univers avec en bleu un Univers plat dominé par la matière et en rouge un Univers plat dominé par la radiation:



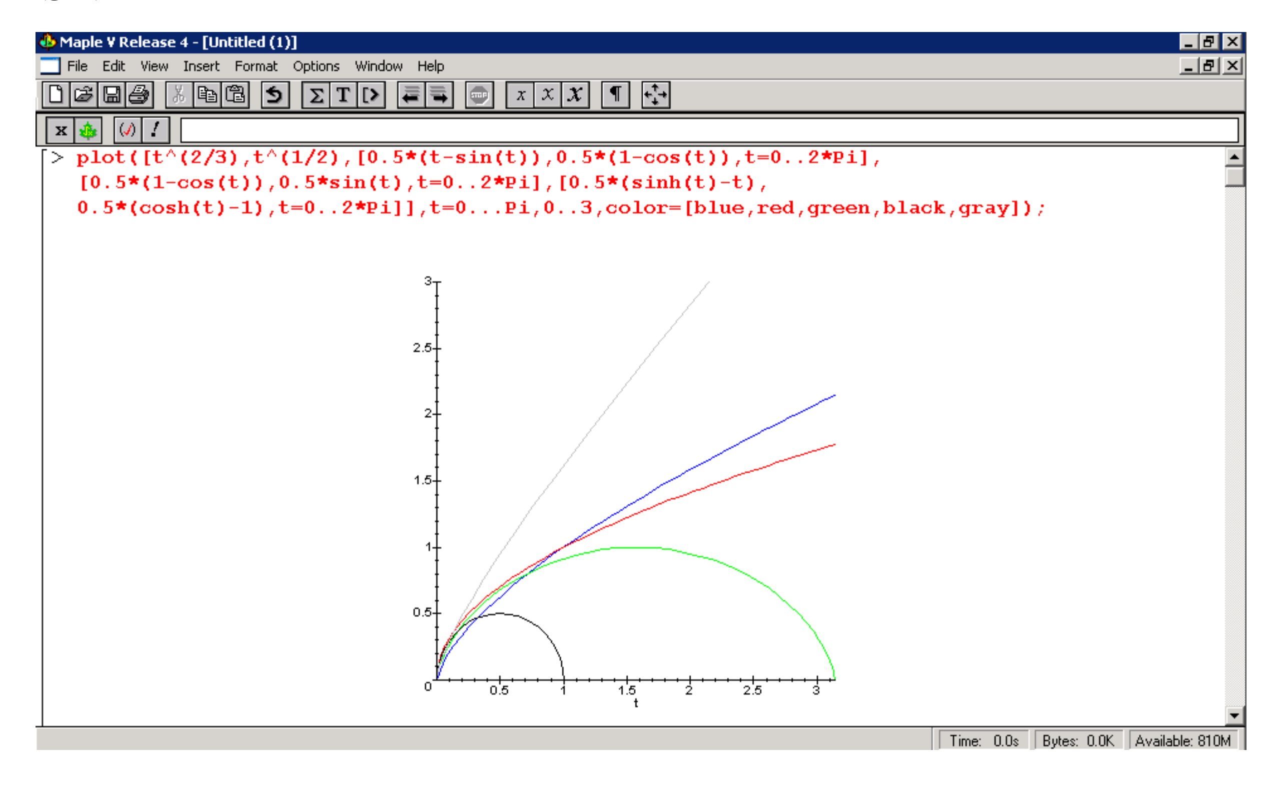
Évolution du rayon d'un Univers plat dominé par la matière (en bleu), l'Univers plat dominé par la radiation (en rouge) et enfin l'Univers à courbure positive dominé par la matière (vert) et en mettant des coefficients artificiels pour mieux distinguer les tracés:



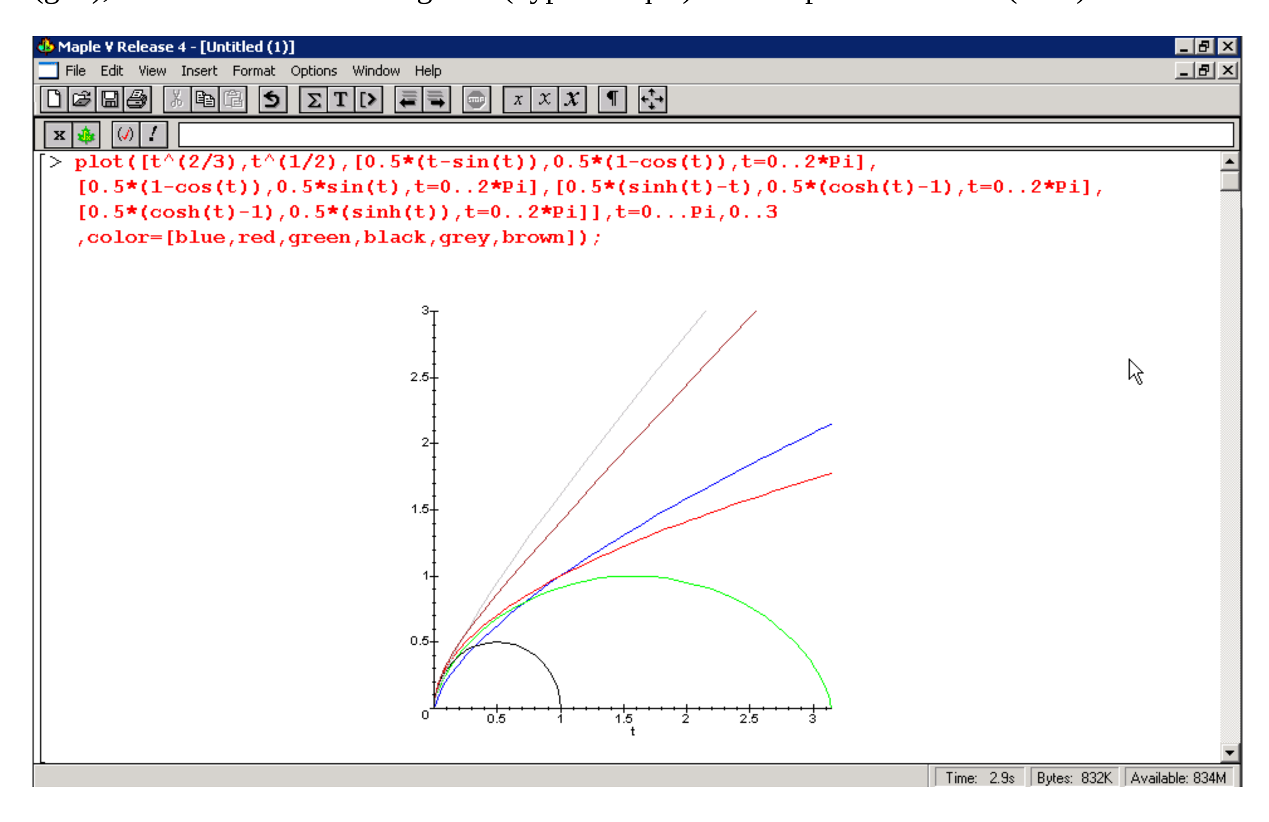
Ci-dessous nous avons l'évolution du rayon d'un Univers plat dominé par la matière (en bleu), d'un Univers plat dominé par la radiation (en rouge), d'un Univers à courbure positive (sphérique) dominé par la matière (vert) et enfin d'un Univers à courbure positive (sphérique) dominé par la radiation (noir):



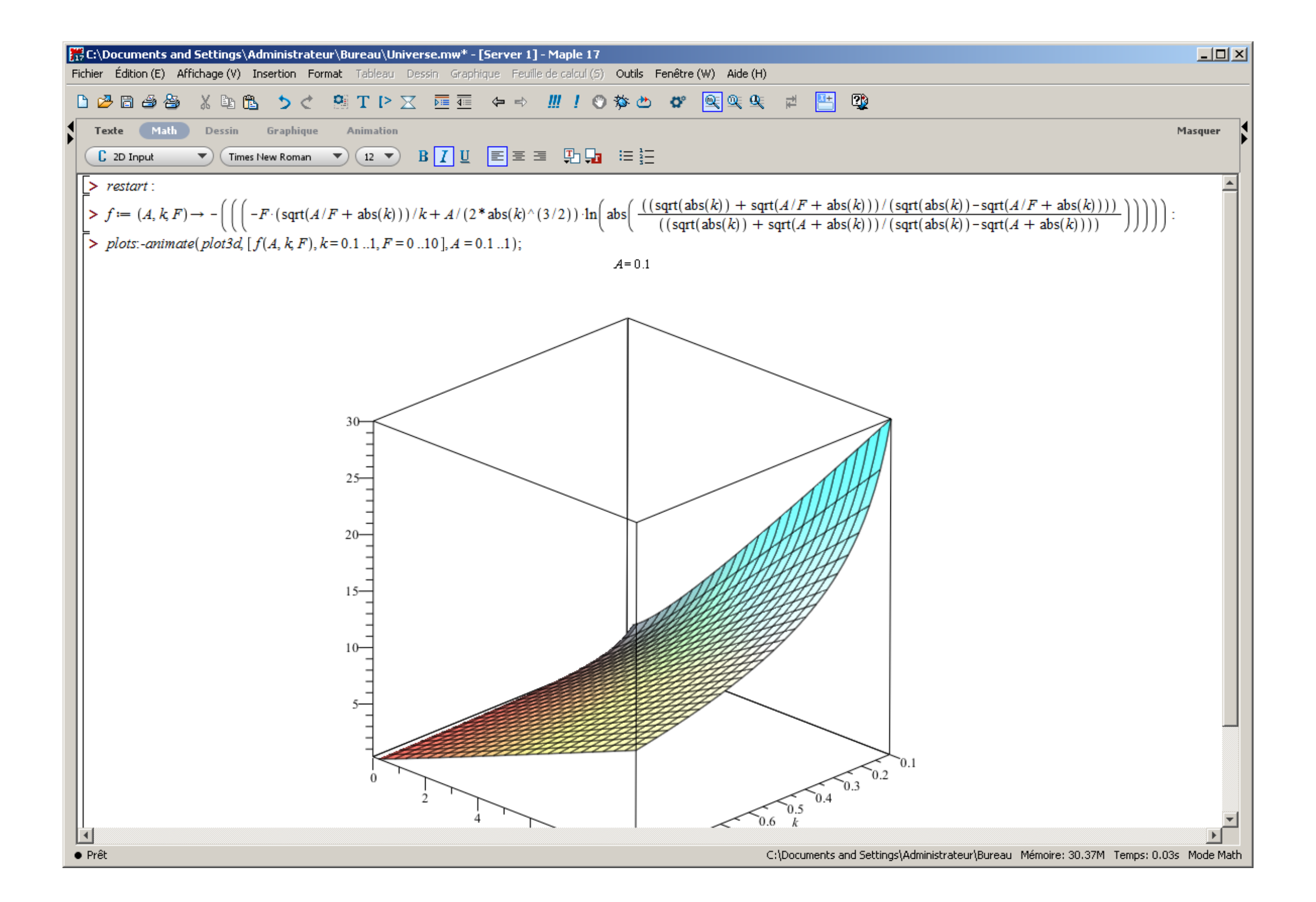
Ci-dessous nous avons l'évolution du rayon d'un Univers plat dominé par la matière (en bleu), d'un Univers plat dominé par la radiation (en rouge), d'un Univers à courbure positive (sphérique) dominé par la matière (vert), d'un Univers à courbure positive (sphérique) dominé par la radiation (noir), l'Univers à courbure négative (hyperbolique) dominé par la matière (gris):



Ci-dessous nous avons l'évolution du rayon d'un Univers plat dominé par la matière (en bleu), d'un Univers plat dominé par la radiation (en rouge), d'un Univers à courbure positive (sphérique) dominé par la matière (vert), d'un Univers à courbure positive (sphérique) dominé par la radiation (noir), d'un Univers à courbure négative (hyperbolique) dominé par la matière (gris), l'Univers à courbure négative (hyperbolique) dominé par la radiation (brun):

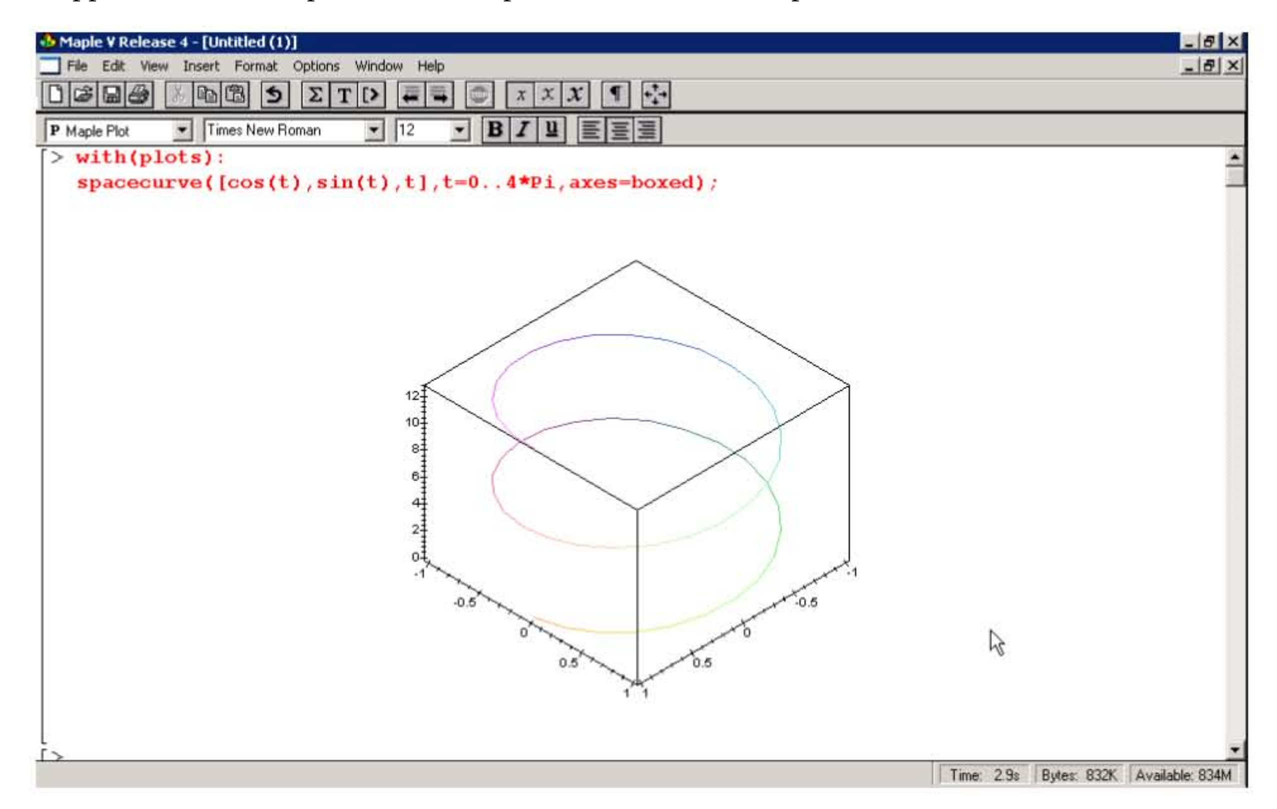


Pour l'animation du facteur d'échelle de l'univers dans le cas hyperbolique (k<0):


C:\Documents and Settings\Administrateur\Bureau\Universe.mw* - [Server 1] - Maple 17
Fichier Édition (E) Affichage (V) Insertion Format Tableau Dessin Graphique Feuille de calcul (S) Outils Fenêtre (W) Aide (H)
Texte Math Dessin Graphique Animation Masquer
2D Input Times New Roman 12
> restart :
> f := (A, k, F) → −((((−F·(sqrt(A/F + abs(k)))/k + A/(2*abs(k)^(3/2))·ln(abs(((sqrt(abs(k)) + sqrt(A/F + abs(k)))/(sqrt(abs(k))−sqrt(A/F + abs(k)))) / ((sqrt(abs(k)) + sqrt(A + abs(k)))/(sqrt(abs(k))−sqrt(A + abs(k)))))))) :
> plots:-animate(plot3d, [f(A, k, F), k = 0.1 ..1, F = 0 ..10], A = 0.1 ..1);
A = 0.1
30
25
20
15
10
5
0
2
4
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
k
Prêt
C:\Documents and Settings\Administrateur\Bureau Mémoire: 30.37M Temps: 0.03s Mode Math

Chapitre: Théorie des cordes

Rappel d'une courbe paramétrée simple en fonction du temps:

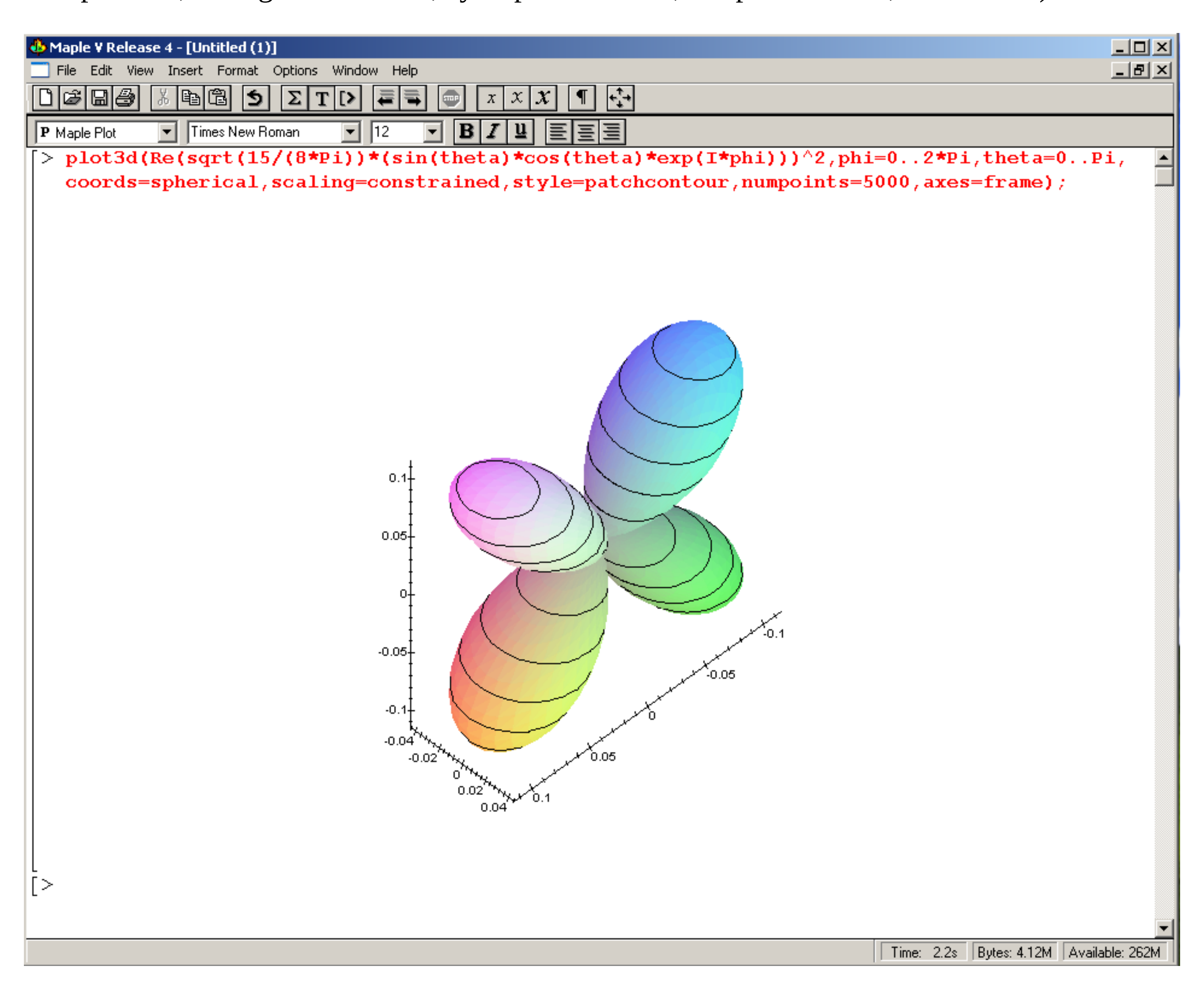


Section: Chimie

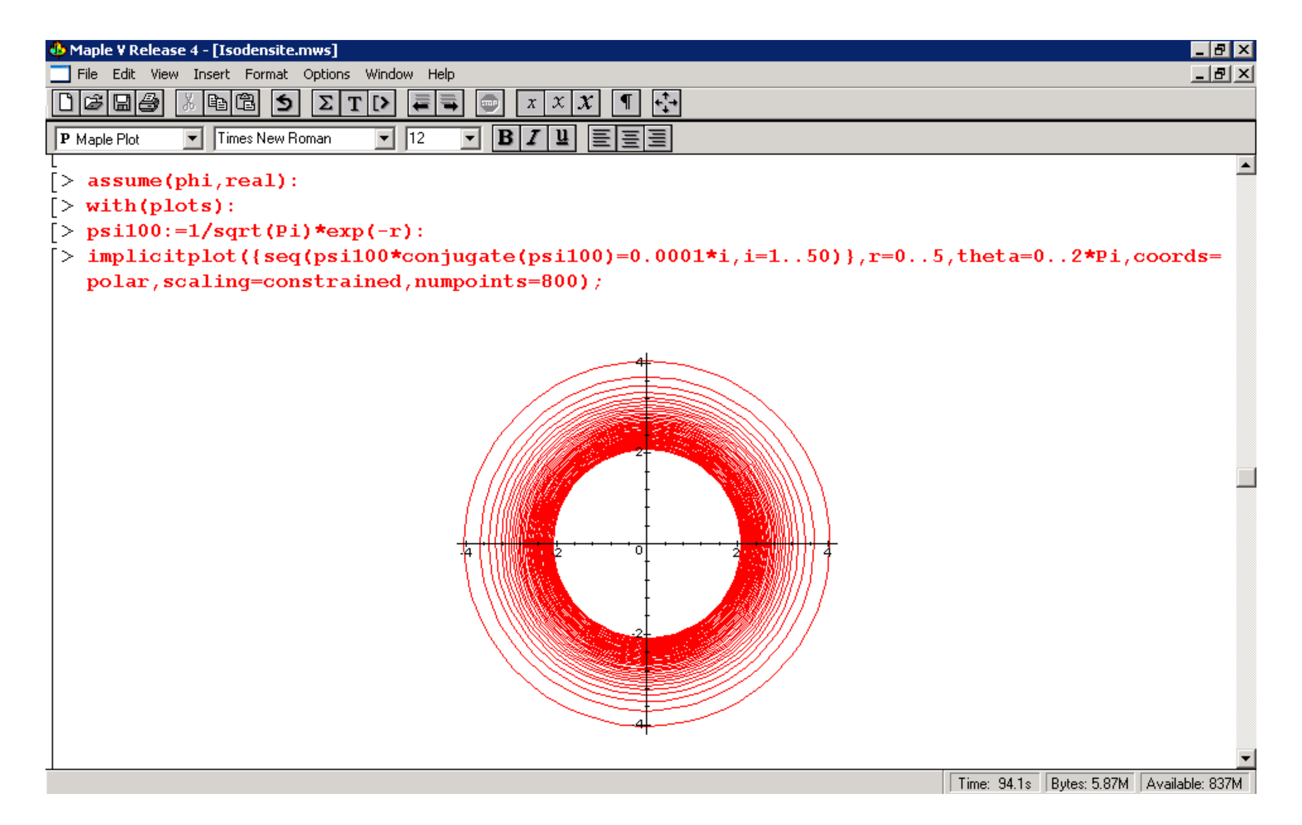
Chapitre: Chimie Quantique

Tracé de la 6ème harmonique sphérique $Y_{1,2}$ du modèle "rotateur rigide" de l'atome hydrogénoïde:

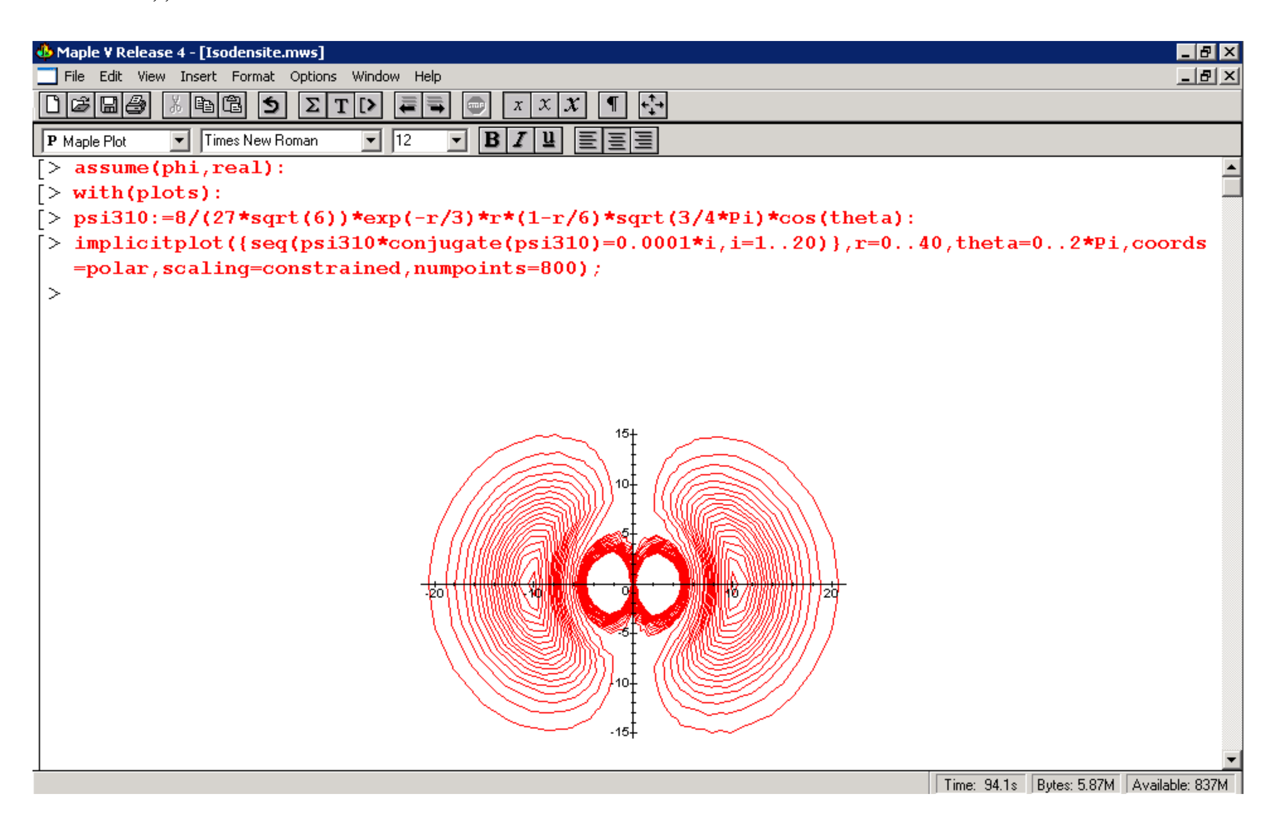
>plot3d(Re(sqrt(15/(8*Pi))*(sin(theta)*cos(theta)*exp(I*phi)))^2,phi=0..2*Pi,theta=0..Pi,coords=spherical,scaling=constrained,style=patchcontour,numpoints=5000,axes=frame)



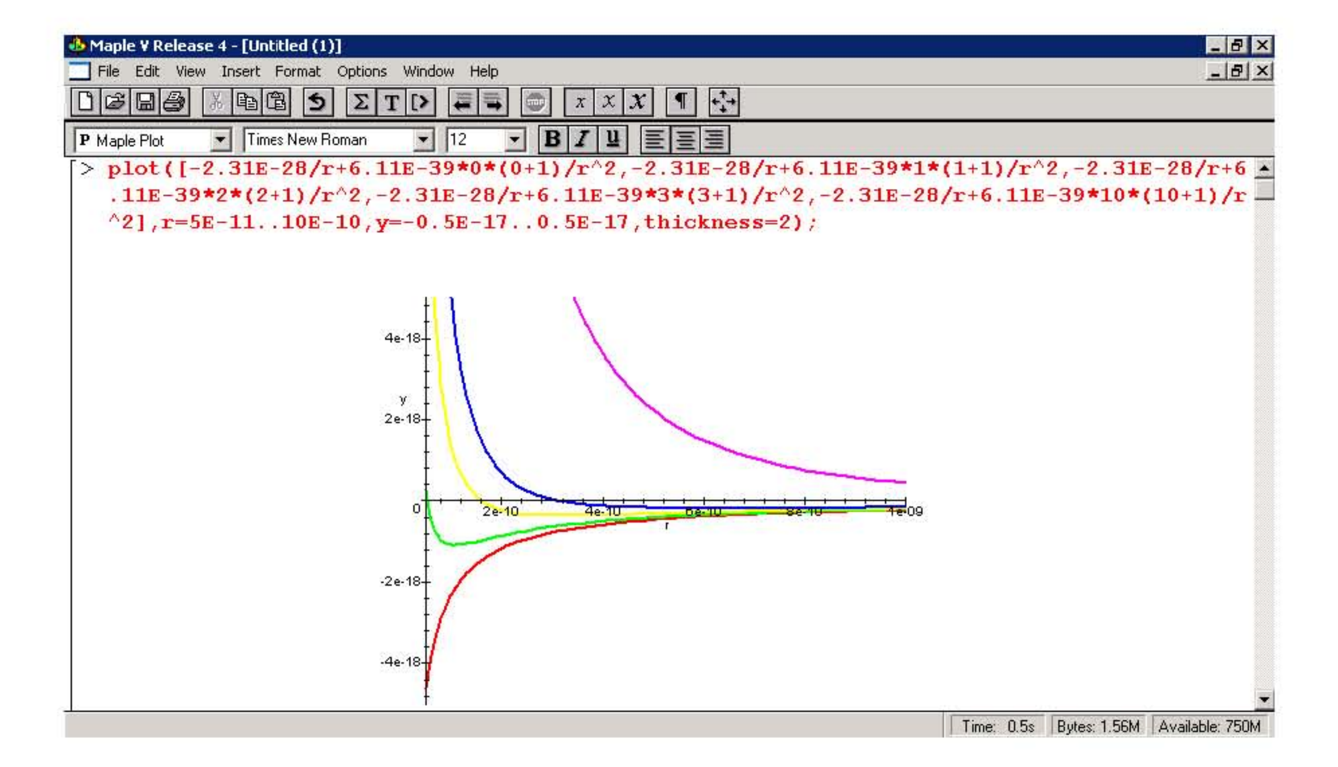
Plot des isodensités de $\Psi_{1,0,0}$:



ou de $\Psi_{3,1,0}$:



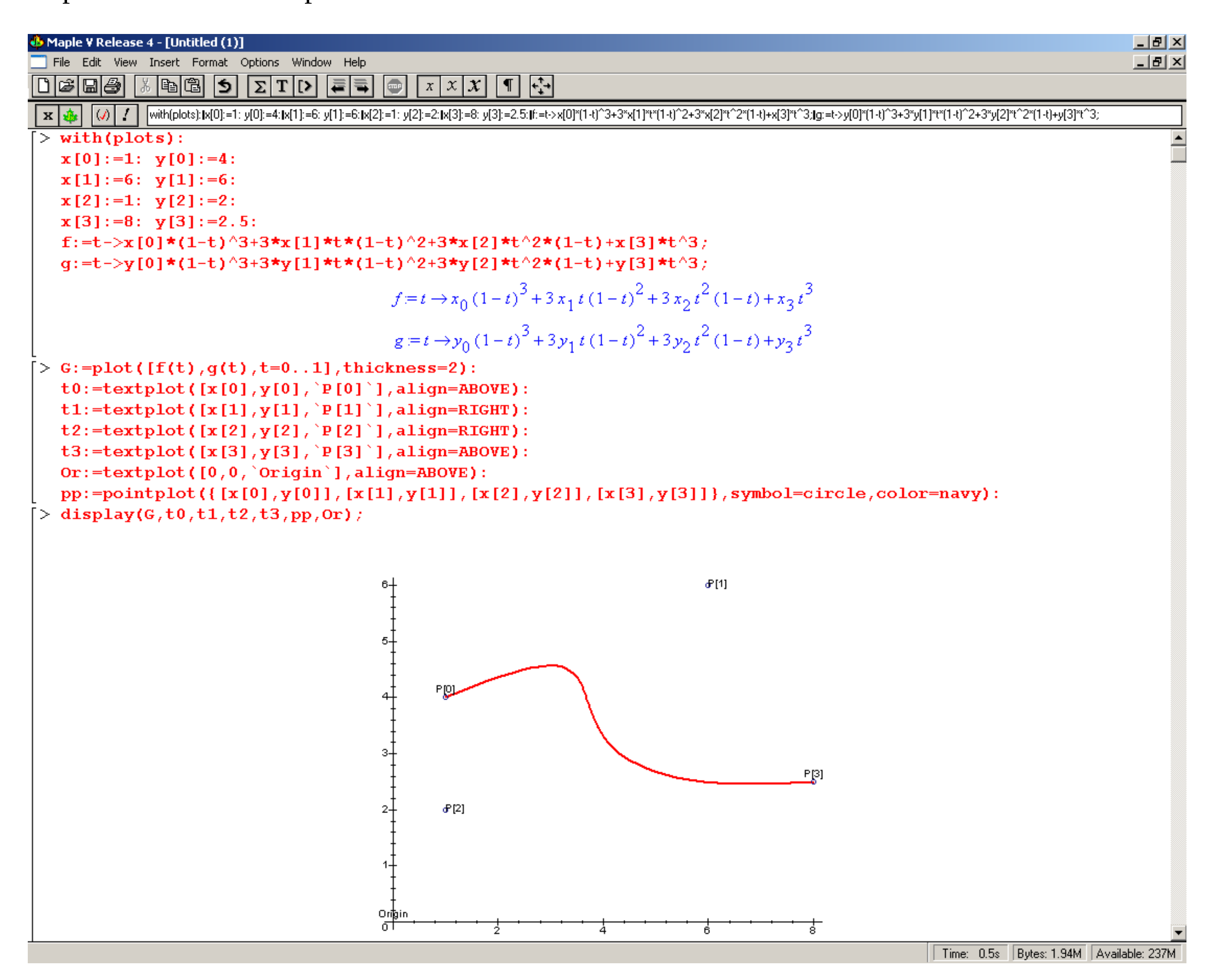
Tracé de l'énergie potentielle (profil de potentiel) effective avec des valeurs expérimentales réelles en fonction du rayon avec les valeurs réelles des constantes:


Maple V Release 4 - [Untitled (1)]
File Edit View Insert Format Options Window Help
Maple Plot
Times New Roman
12
> plot([-2.31E-28/r+6.11E-39*0*(0+1)/r^2,-2.31E-28/r+6.11E-39*1*(1+1)/r^2,-2.31E-28/r+6.11E-39*2*(2+1)/r^2,-2.31E-28/r+6.11E-39*3*(3+1)/r^2,-2.31E-28/r+6.11E-39*10*(10+1)/r^2],r=5E-11..10E-10,y=-0.5E-17..0.5E-17,thickness=2);
4e-18
y
2e-18
0
2e-10
4e-10
6e-10
8e-10
1e-09
r
-2e-18
-4e-18
Time: 0.5s
Bytes: 1.56M
Available: 750M

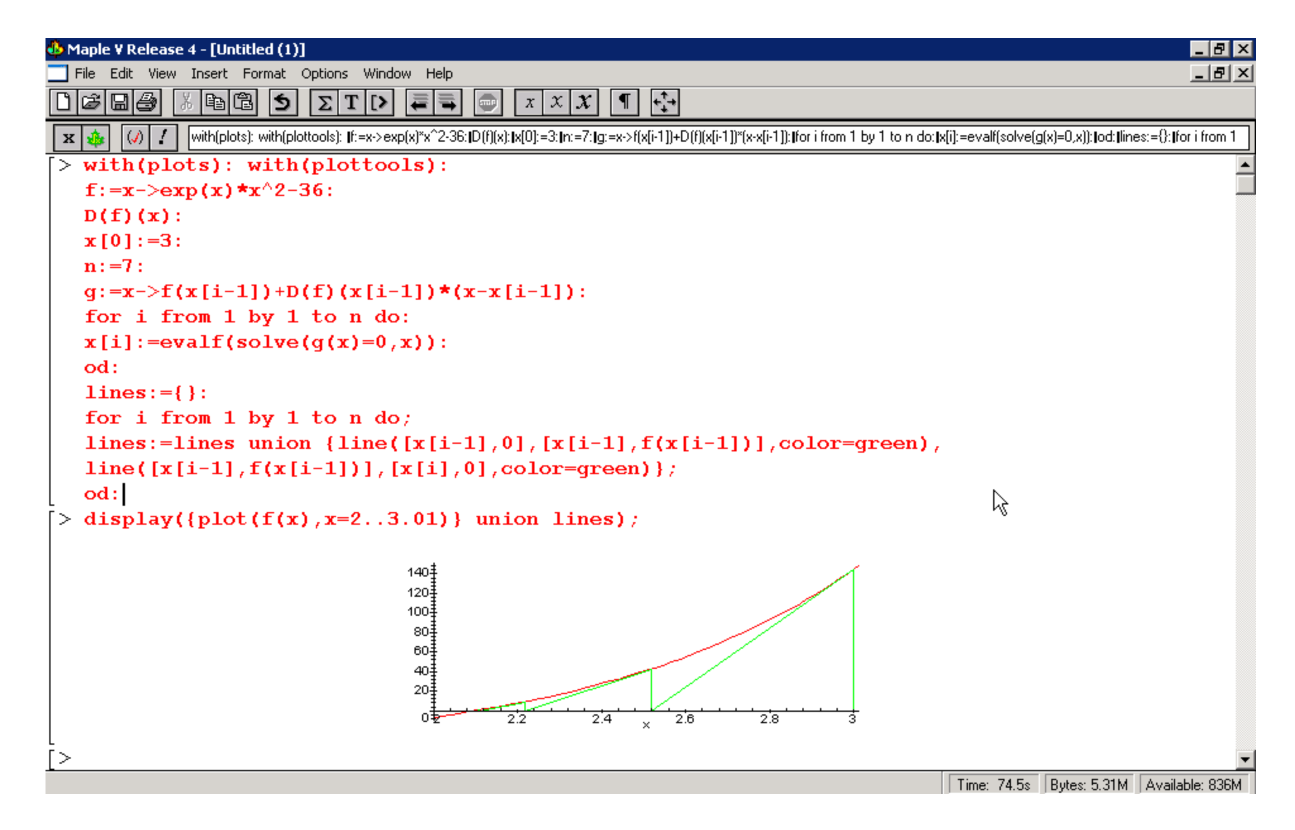
Section: Informatique Théorique

Chapitre: Méthodes Numériques

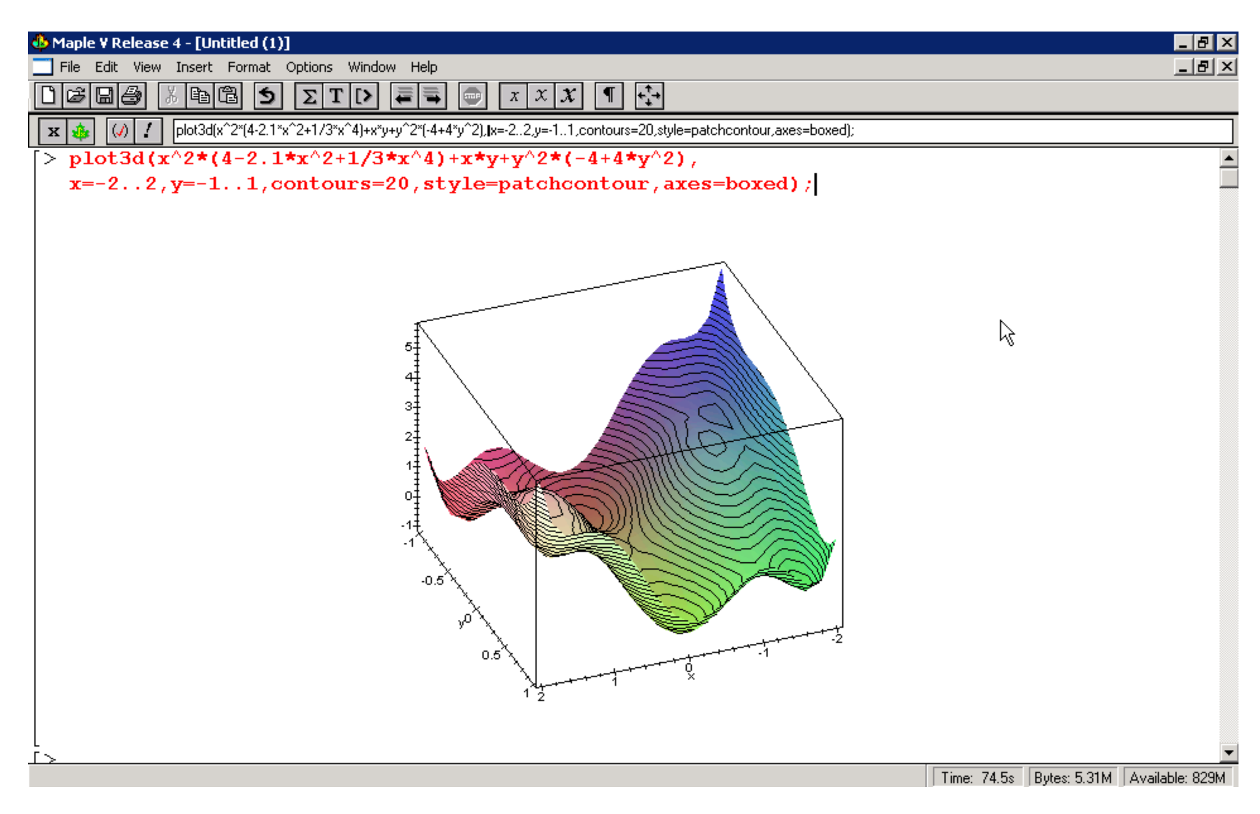
Représentation d'une spline:



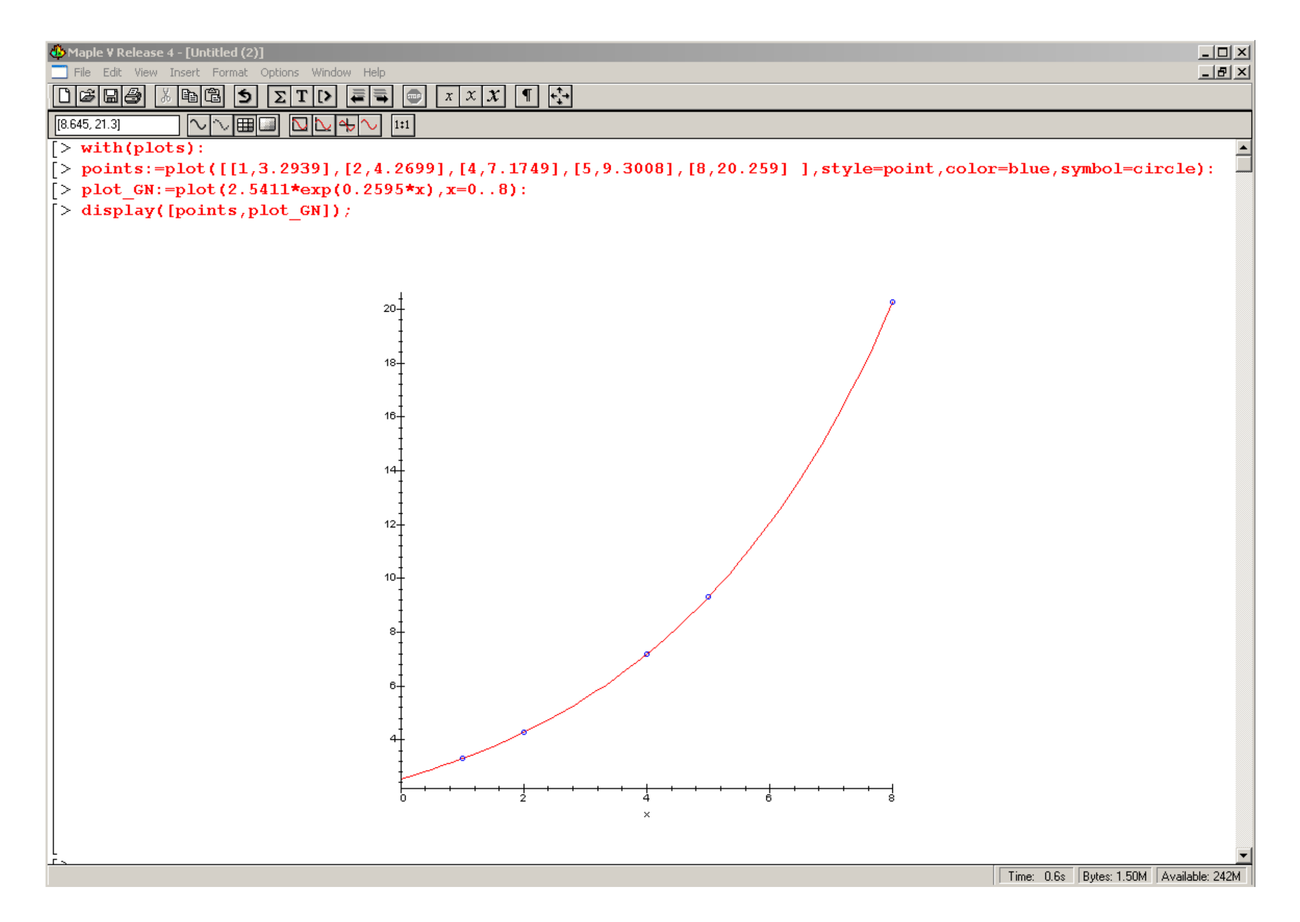
Exemple d'application de la méthode de newton:



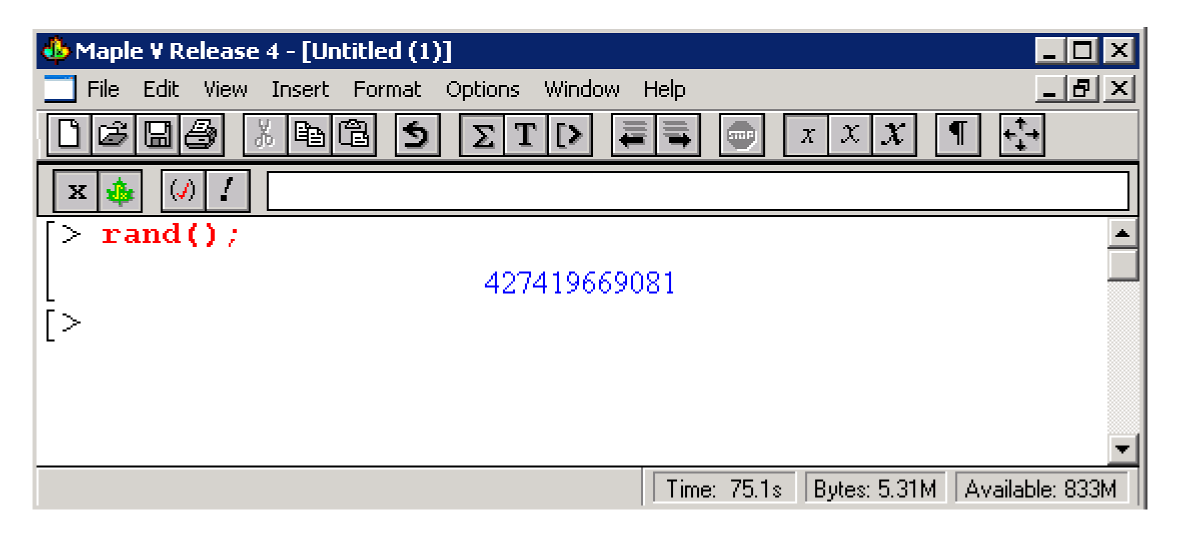
Fonction baleine à bosse pour recherche de minimum local:



Comparaison des points et de la fonction théorique ajustée de Gauss-Newton:



Génération d'une variable pseudo-aléatoire:



Estimation de l'intégrale simple d'une fonction en utilisant la méthode de Monte-Carlo:

```
Maple V Release 4 - [Untitled (1)]
File Edit View Insert Format Options Window Help

> intmonte:=proc(f,a,b,N)
          local i,al,bl,m,F,aleaabs,aleaord,estaudessous;
          m:=floor(max(f(a),f(b))*10^4);
          al:=a*10^4;
          bl:=b*10^4;
          randomize();
          aleaabs:=rand(al..bl);
          aleaord:=rand(0..m);
          F:=0;
          for i from 1 to N do
               estaudessous:=(f(aleaabs()/10^4)-aleaord()/10^4)>=0;
               if estaudessous then F:=F+1 fi
          od:
          RETURN(evalf((b-a)*max(f(a),f(b))*F/N))
  end:
  g:=x->x^3:
  intmonte(g,1,3,100);intmonte(g,1,3,1000);intmonte(g,1,3,10000);
                                   22.68000000
                                   19.17000000
                                   19.99080000
> |

Time: 75.8s   Bytes: 5.31M   Available: 823M
```

Estimation de Pi par la méthode de Monte-Carlo:

```
Maple V Release 4 - [Untitled (1)]
File Edit View Insert Format Options Window Help

> estalinterieur:=proc(x,y) x^2+y^2<1 end:
  calculepi:=proc(N)
  local i,F,abs,ord,alea,erreur,result;
  alea:=rand(-10^4..10^4);
  F:=0;
  for i from 1 to N do
  abs:=alea()/10^4;ord:=alea()/10^4;
  if estalinterieur(abs,ord) then
  F:=F+1;
  fi
  od;
  RETURN(4*F/N)
  end:
> evalf(calculepi(100));evalf(calculepi(1000));evalf(calculepi(10000));evalf(calculepi(10000
  0));
                                   3.200000000
                                   3.084000000
                                   3.176400000
                                   3.143760000
>

Time: 81.9s   Bytes: 5.31M   Available: 835M
```

Multiplicateurs de lagrange:

Chapitre: Fractales

Génération d'un Fractale de Cantor:

```
> with(plots):
  line := proc(a:: list, b:: list)
  local plotoptionen, n;
  if nargs > 2 then
  plotoptionen := seq(args[n], n=3 .. nargs)
  else
  plotoptionen := NULL
  fi;
  plot([a, b], style=line, plotoptionen);
  end:
  cree_segment := (a,b,h) -> line([a,h],[b,h],color=black):
  f1:=x->x/3: f2:=x->(x+2)/3:

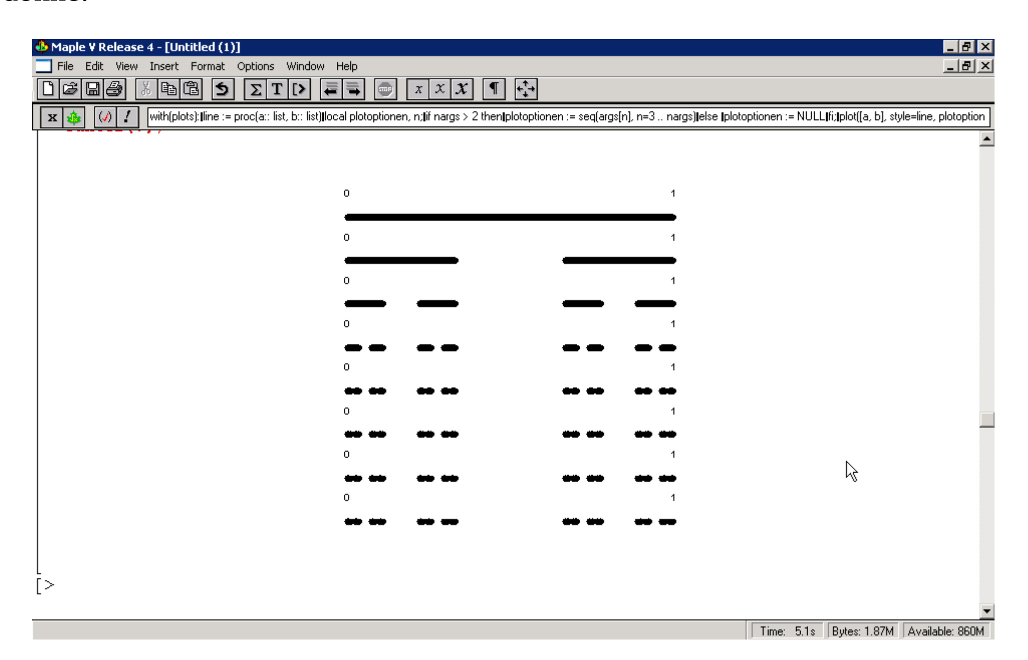
  f := s -> s union map(f1, s) union map(f2, s):

  sequence_de_segments := proc(l,h)
  local accu, i;
  accu := NULL;
  for i to nops(l) by 2 do
  accu := accu,cree_segment(l[i], l[i+1], h) od;
  accu
  end:

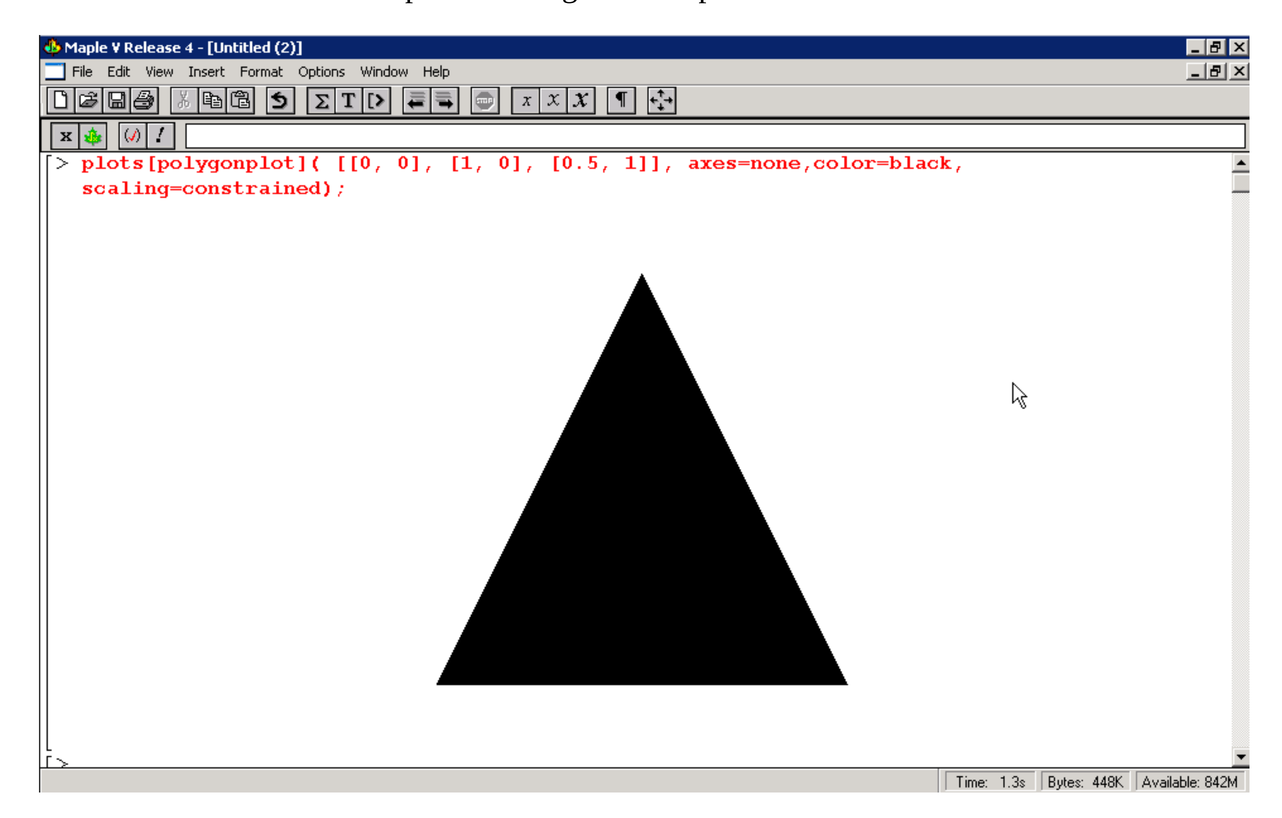
  Cantor := proc(n) local s, i;
  option remember;
  s := sequence_de_segments([0,1], 1);
  for i from 1 to n do
  s := sequence_de_segments(sort([op((f@@i)({0,1}))]), (1-i/n)), s;
  od;
  display({s}union{seq(textplot([[0,(i+1/2)/n, '0'], [1, (i+1/2)/n, '1']]
  ), i=0 .. n)}, color=blue,axes=NONE,thickness=7)
  end:

  Cantor(7);
```

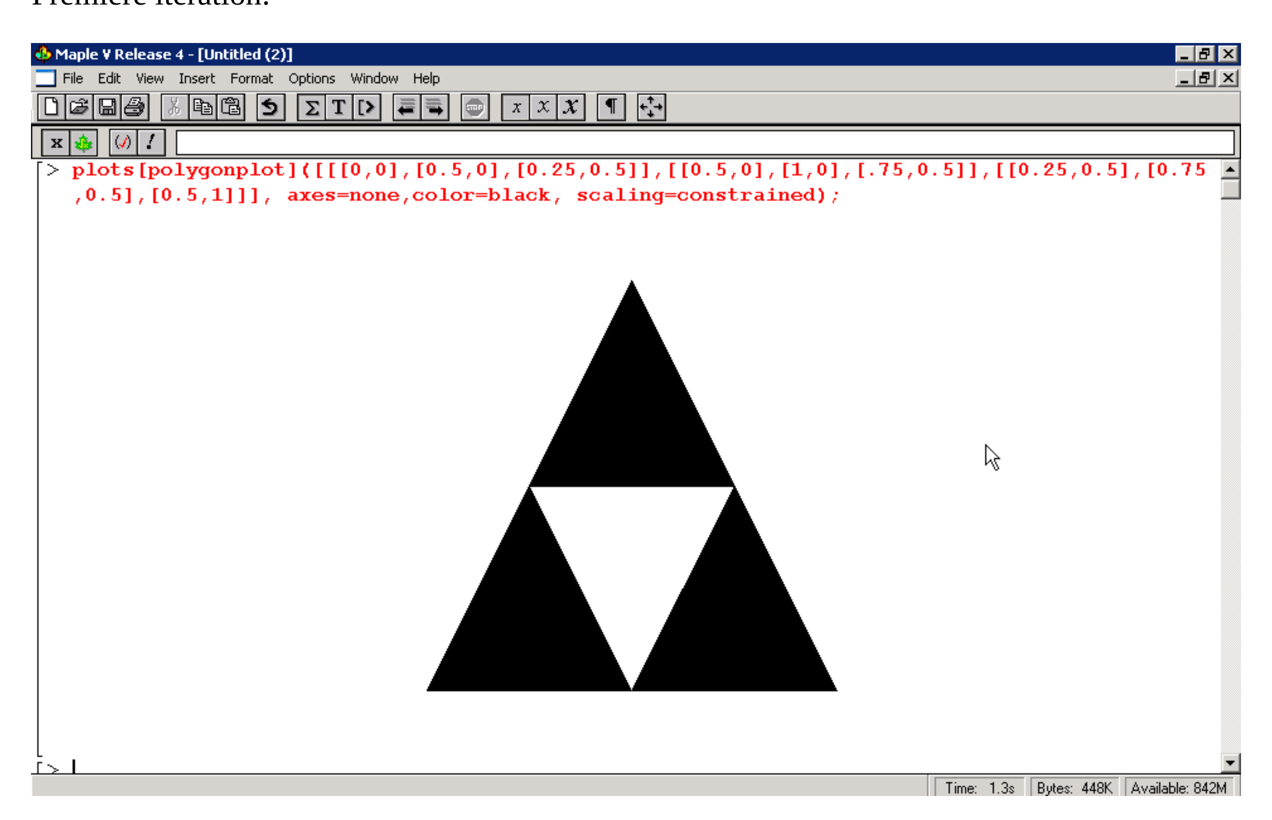
Ce qui donne:



Maintenant l'ensemble de départ du triangle de Sierpinski:



Première itération:

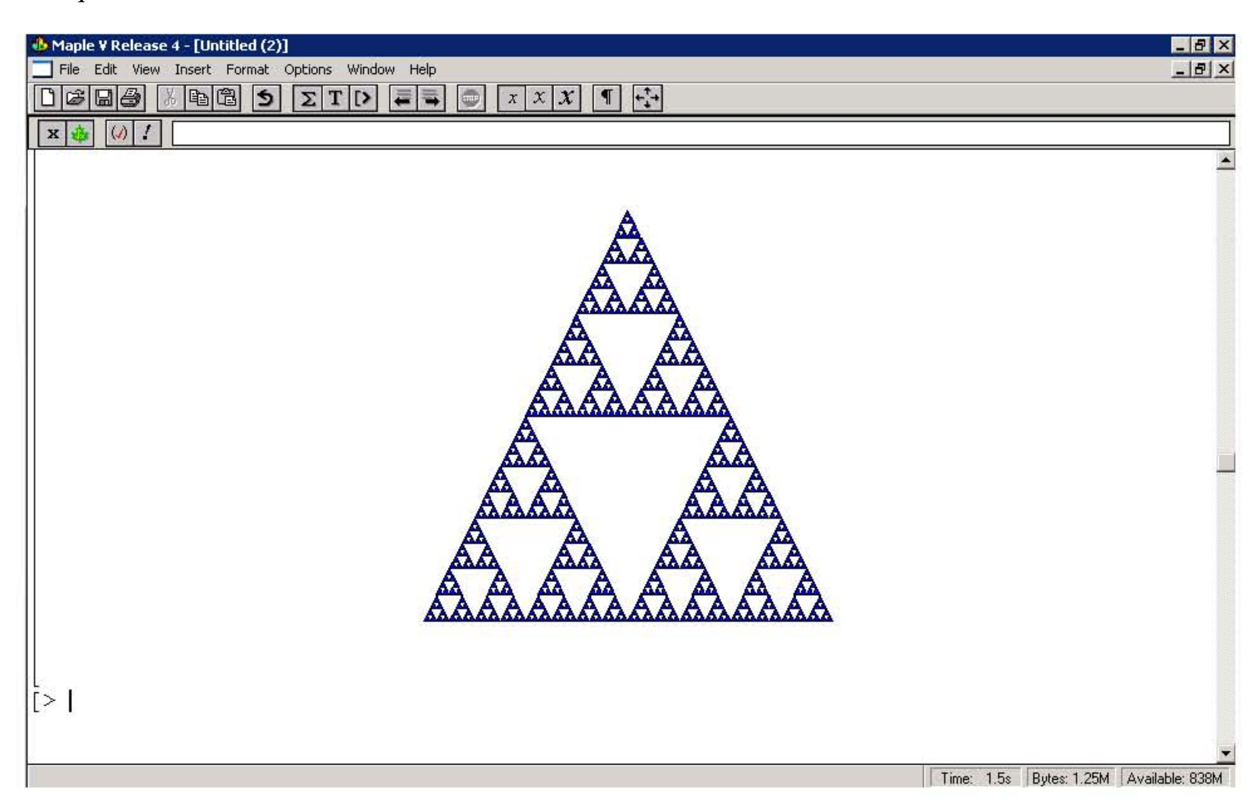


Pour faire

à loisir le nombre d'itérations voulu, on écrira le script suivant:

```
> transform_triangle := proc(t, triangle)
  local i;
  [seq(transforme_point(t, triangle[i]), i=1 .. 3)]
  end:
> IFS := proc(n, liste_de_transformations,col)
  local i, j, k, s, sequence_de_triangles:
  options `Copyright by Alain Schauber, 1996`;
  sequence_de_triangles := [[0, 0], [1, 0], [0.5, 1]];
  for j to n do
  s := NULL;
  for i to nops(liste_de_transformations) do
  s := s,
  seq(transforme_triangle(liste_de_transformations[i],
  op(k, [sequence_de_triangles])),
  k=1 .. nops([sequence_de_triangles]))
  od;
  sequence_de_triangles := s
  od;
  plots[polygonplot]([sequence_de_triangles], axes=none, color=col, scaling=constrained)
  end:
> triangle_de_Sierpinski:=[[0.5,0,0,0.5,0,0],[0.5,0,0,0.5,0.5,0],[0.5,0,0,0.5,0.25,0.5]]:
> IFS(6, triangle_de_Sierpinski,blue);
```

Ce qui donnera:



ou encore si on souhaite le faire avec des carrés:

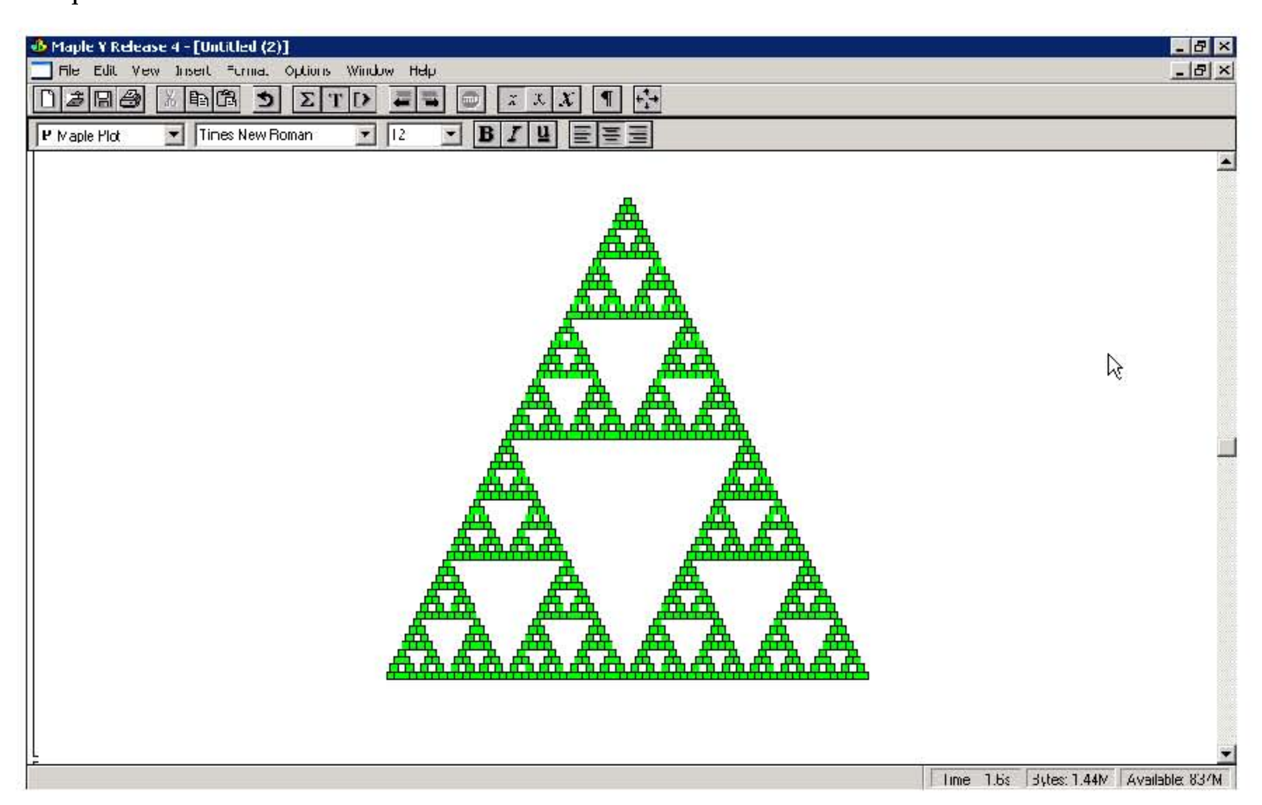
Maple V Release 4 - [Untitled (2)]

File Edit View Insert Format Options Window Help

```
> transform_square := proc(t, square)
  local i;
  [seq(transforme_point(t, square[i]), i=1 .. 4)]
  end:
> IFSS := proc(n, liste_de_transformations,col)
  local i, j, k, s, seq_square:
  seq_square :=[[0,0],[1,0],[1,1],[0,1]];
  for j to n do
  s := NULL;
  for i to nops(liste_de_transformations) do
  s := s,
  seq(transform_square(liste_de_transformations[i],
  op(k, [seq_square])),
  k=1 .. nops([seq_square]))
  od;
  seq_square := s
  od;
  plots[polygonplot]([seq_square], axes=none, color=col, scaling=constrained)
  end:
> triangle_de_Sierpinski:=[[0.5,0,0,0.5,0,0],[0.5,0,0,0.5,0.5,0],[0.5,0,0,0.5,0.25
,0.5]]:
> IFSS(6, triangle_de_Sierpinski,green);
```

Time: 1.6s Bytes: 1.44M Available: 839M

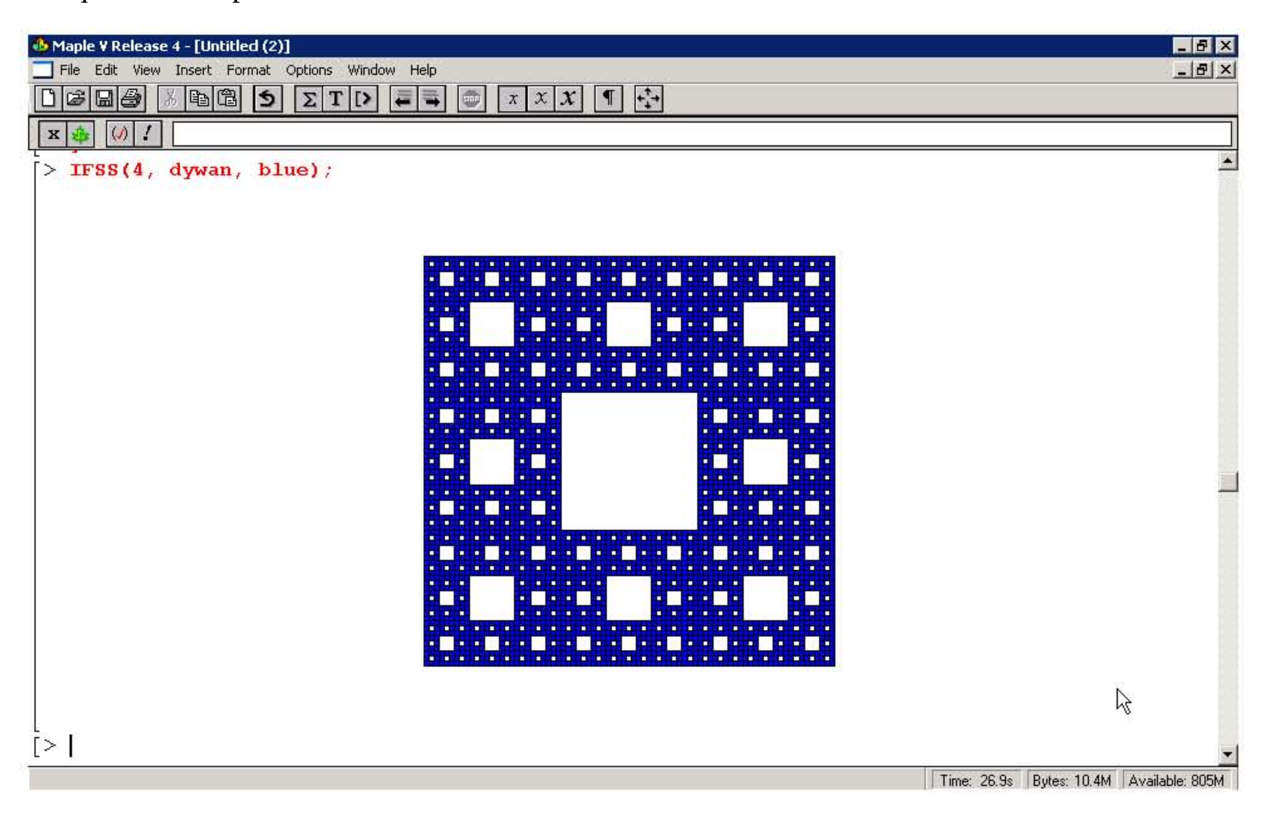
ce qui donne:



Ou pour la tapis de Serpiensky:

```
> transforme_point := proc(t, p)
  [t[1]*p[1]+t[2]*p[2]+t[5], t[3]*p[1]+t[4]*p[2]+t[6]]
  end:
> transform_square := proc(t, square)
  local i;
  [seq(transforme_point(t, square[i]), i=1 .. 4)]
  end:
> IFSS := proc(n, liste_de_transformations,col)
  local i, j, k, s, seq_square:
  seq_square :=[[0,0],[1,0],[1,1],[0,1]];
  for j to n do
  s := NULL;
  for i to nops(liste_de_transformations) do
  s := s,
  seq(transform_square(liste_de_transformations[i],
  op(k, [seq_square])),
  k=1 .. nops([seq_square]))
  od;
  seq_square := s
  od;
  plots[polygonplot]([seq_square], axes=none, color=col, scaling=constrained)
  end:
> dywan:= [[evalf(1/3),0,0,evalf(1/3),0,0],[evalf(1/3),0,0,evalf(1/3),evalf(1/3),0],
  [evalf(1/3),0,0,evalf(1/3),evalf(2/3),0], [evalf(1/3),0,0,evalf(1/3),0,evalf(2/3)],
  [evalf(1/3),0,0,evalf(1/3),evalf(1/3),evalf(2/3)],
  [evalf(1/3),0,0,evalf(1/3),evalf(2/3),evalf(2/3)],
  [evalf(1/3),0,0,evalf(1/3),0,evalf(1/3)],[evalf(1/3),0,0,evalf(1/3),evalf(2/3),evalf(1/3)]
  ]:
```

Ce qui donnera pour 4 itérations:



Et pour la fractale spirale:

Maple V Release 4 - [Untitled (2)]

File Edit View Insert Format Options Window Help

```
> transforme_triangle := proc(t, triangle)
  local i;
  [seq(transforme_point(t, triangle[i]), i=1 .. 3)]
  end:
> IFS := proc(n, liste_de_transformations,col)
  local i, j, k, s, sequence_de_triangles:
  options `Copyright by Alain Schauber, 1996`;
  sequence_de_triangles := [[0, 0], [1, 0], [0.5, 1]];
  for j to n do
  s := NULL;
  for i to nops(liste_de_transformations) do
  s := s,
  seq(transforme_triangle(liste_de_transformations[i],
  op(k, [sequence_de_triangles])),
  k=1 .. nops([sequence_de_triangles]))
  od;
  sequence_de_triangles := s
  od;
  plots[polygonplot]([sequence_de_triangles], axes=none, color=col, scaling=constrained)
  end:
> a:=evalf(5*Pi/6);b:=evalf(Pi/6);
  c1x:=0.25;c1y:=0.5;c2x:=0.5;c2y:=0.5;
  h1:=0.2;h2:=0.95;
  spirale:=[[h1*cos(a),-h1*sin(a),h1*sin(a),h1*cos(a),(1-h1*cos(a))*c1x+h1*sin(a)*c1y,
  -h1*sin(a)*c1x+(1-h1*cos(a))*c1y],[h2*cos(b),-h2*sin(b),h2*sin(b),h2*cos(b),
  (1-h2*cos(b))*c2x+h2*sin(b)*c2y,-h2*sin(b)*c2x+(1-h2*cos(b))*c2y]]:
```

$a := 2.617993878$

$b := .5235987758$

$c1x := .25$

$c1y := .5$

$c2x := .5$

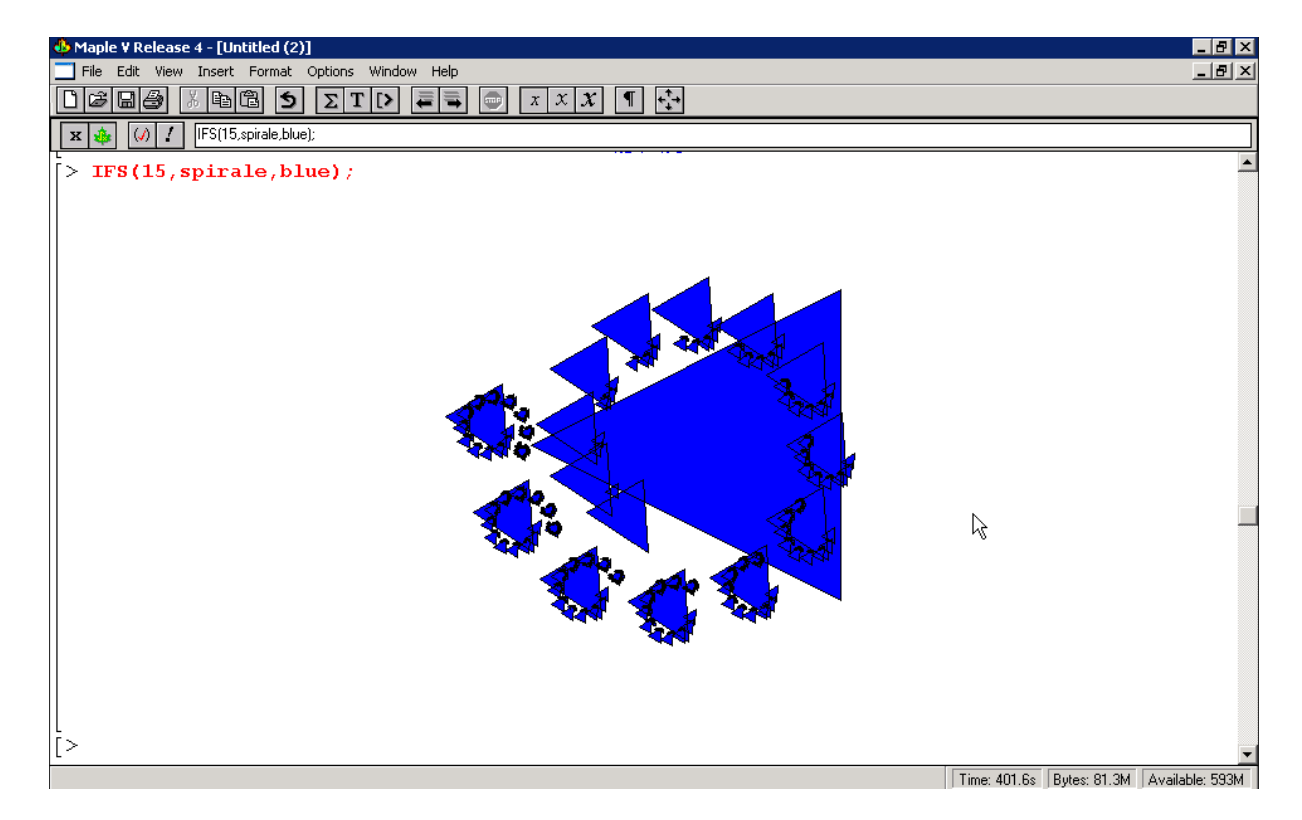
$c2y := .5$

$h1 := .2$

$h2 := .95$

```
>
```

Ce qui donne pour 15 itérations:



Et pour le flocon de von Koch:

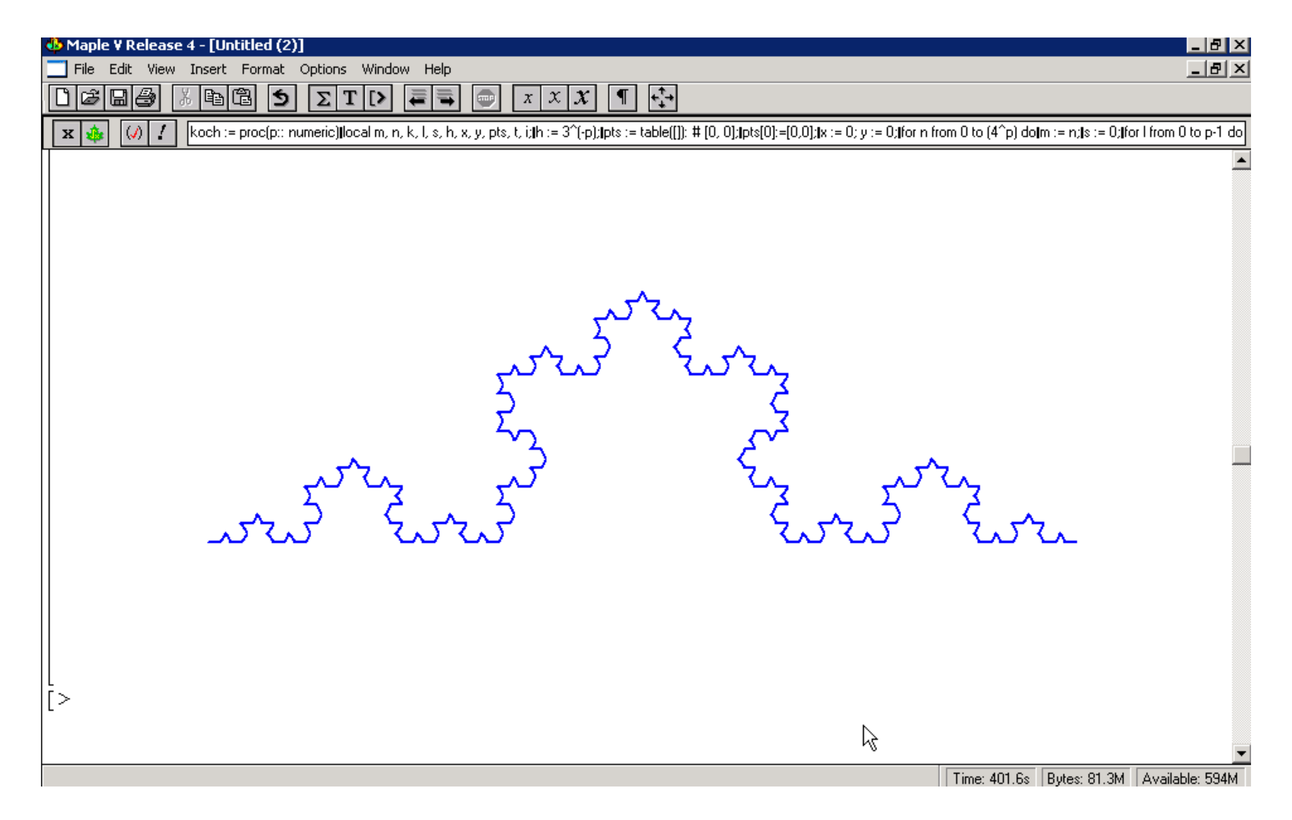
Maple V Release 4 - [Untitled (2)]

File Edit View Insert Format Options Window Help

```
> koch := proc(p:: numeric)
  local m, n, k, l, s, h, x, y, pts, t, i;
  h := 3^(-p);
  pts := table([]): # [0, 0];
  pts[0]:=[0,0];
  x := 0; y := 0;
  for n from 0 to (4^p) do
  m := n;
  s := 0;
  for l from 0 to p-1 do
  t := irem(m, 4);
  m := iquo(m, 4);
  s := s+irem((t+1), 3) - 1
  od;
  x := evalhf(x+cos(Pi*s/3)*h);
  y := evalhf(y+sin(Pi*s/3)*h);
  pts[n+1] := [x, y];
  od;
  [seq(pts[i], i=0 .. n-1)];
  end:
> plot(koch(4), scaling=constrained, style=LINE, axes=NONE, color=blue,thickness=2);
```

Time: 401.6s Bytes: 81.3M Available: 594M

ce qui donne donc 4 pour itérations:



Maintenant avec le script générique suivant, nous allons générer plusieurs "fractales naturelles":

```
Maple V Release 4 - [Untitled (1)]
File  Edit  View  Insert  Format  Options  Window  Help

> transforme_point := proc(t, p)
      [t[1]*p[1]+t[2]*p[2]+t[5], t[3]*p[1]+t[4]*p[2]+t[6]]
    end:

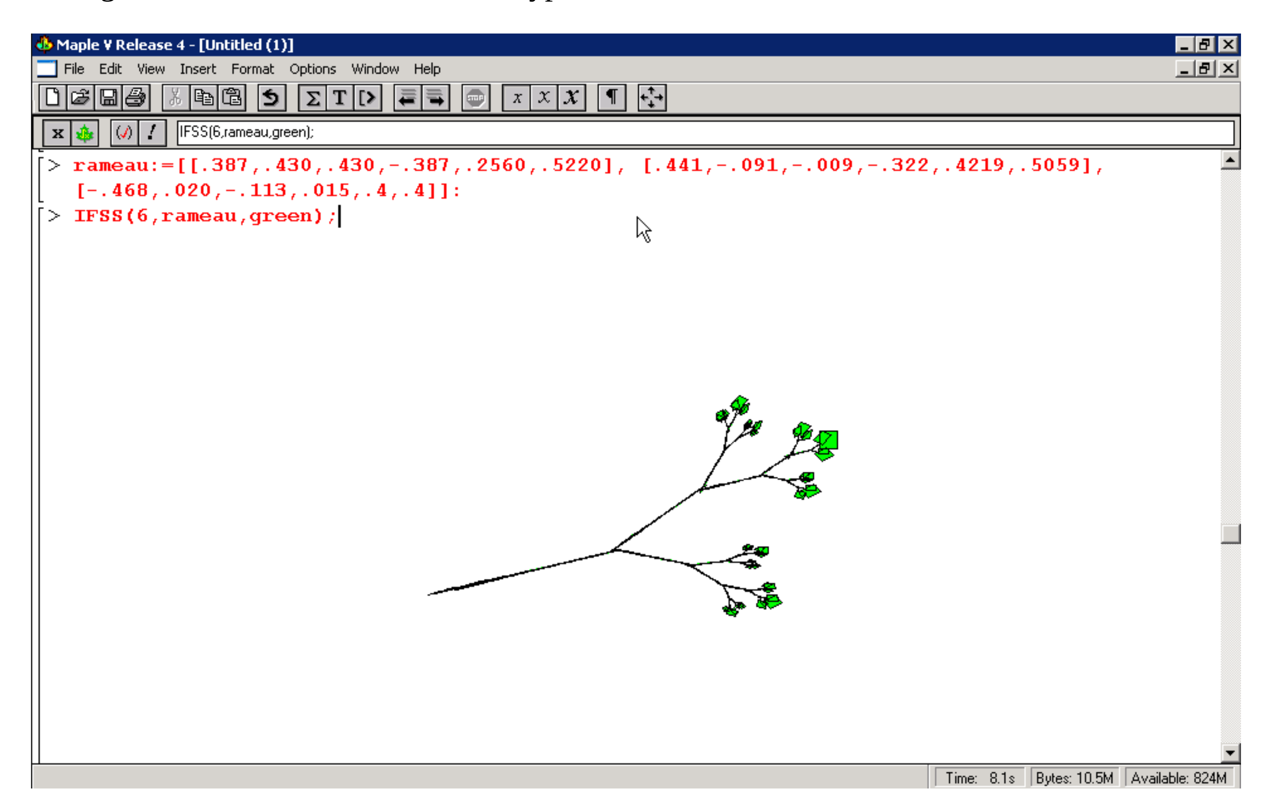
  transforme_triangle := proc(t, triangle)
      local i;
      [seq(transforme_point(t, triangle[i]), i=1 .. 3)]
    end:

    transform_square := proc(t, square)
      local i;
      [seq(transforme_point(t, square[i]), i=1 .. 4)]
  end:

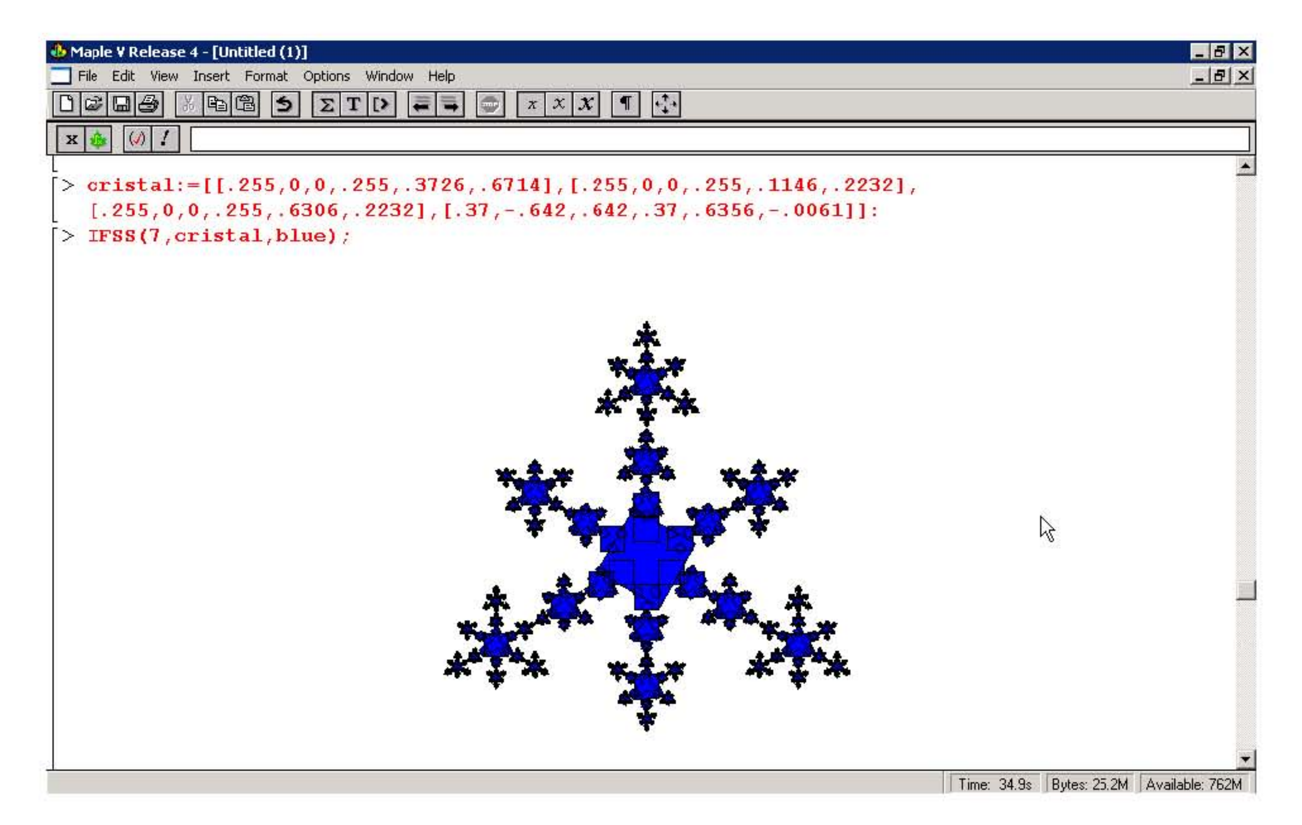
> IFS := proc(n, liste_de_transformations,col)
      local i, j, k, s, sequence_de_triangles:
      options `Copyright by Alain Schauber, 1996`;
      sequence_de_triangles := [[0, 0], [1, 0], [0.5, 1]];
      for j to n do
      s := NULL;
      for i to nops(liste_de_transformations) do
         s := s,
         seq(transforme_triangle(liste_de_transformations[i],
         op(k, [sequence_de_triangles])),
         k=1 .. nops([sequence_de_triangles]))
       od;
       sequence_de_triangles := s
      od;
     plots[polygonplot]([sequence_de_triangles], axes=none, color=col,
  scaling=constrained)
  end:
```

```
[> IFSS := proc(n, liste_de_transformations,col)
      local i, j, k, s, seq_square:
      seq_square :=[[0,0],[1,0],[1,1],[0,1]];
      for j to n do
      s := NULL;
      for i to nops(liste_de_transformations) do
         s := s,
         seq(transform_square(liste_de_transformations[i],
         op(k, [seq_square])),
         k=1 .. nops([seq_square]))
       od;
       seq_square := s
     od;
    plots[polygonplot]([seq_square], axes=none, color=col, scaling=constrained)
 end:
[>
```

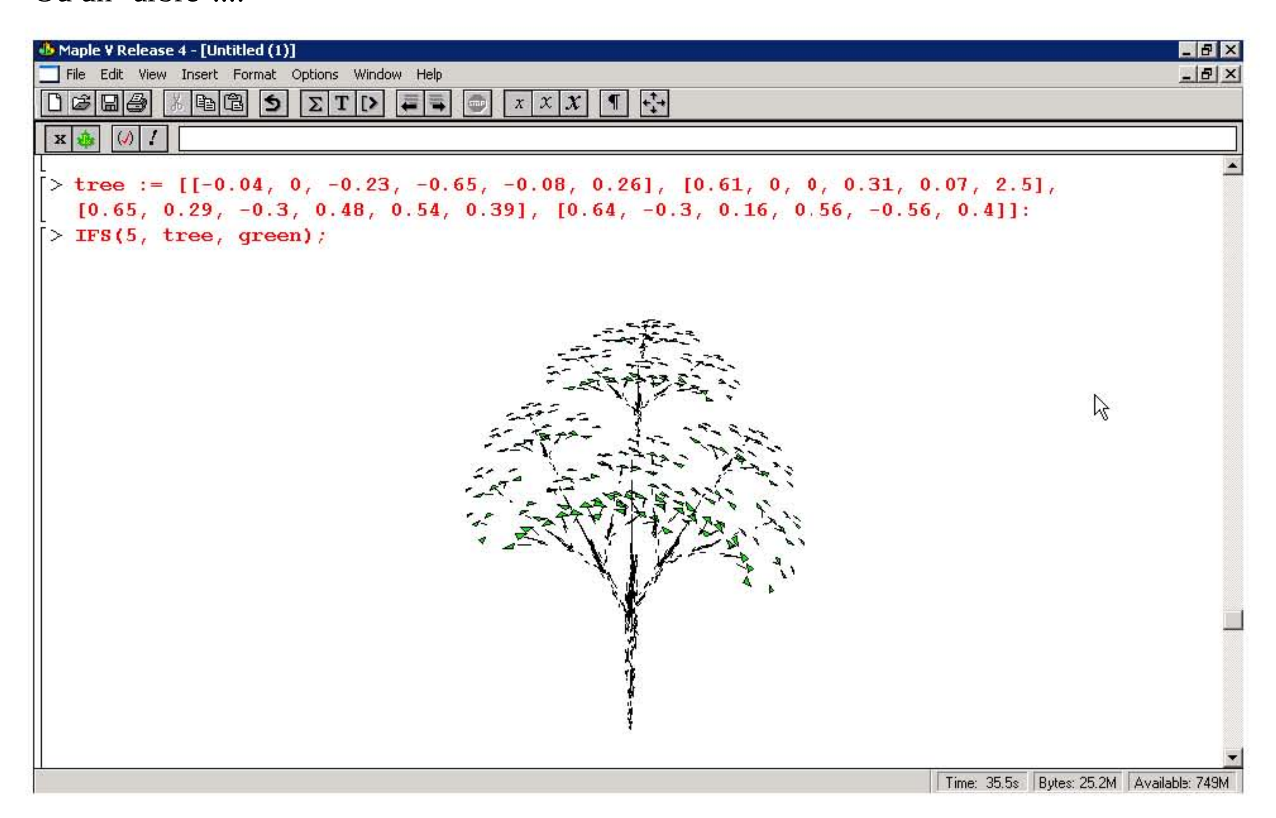
Pour générer une fractale naturelle de type rameau, on écrira alors:



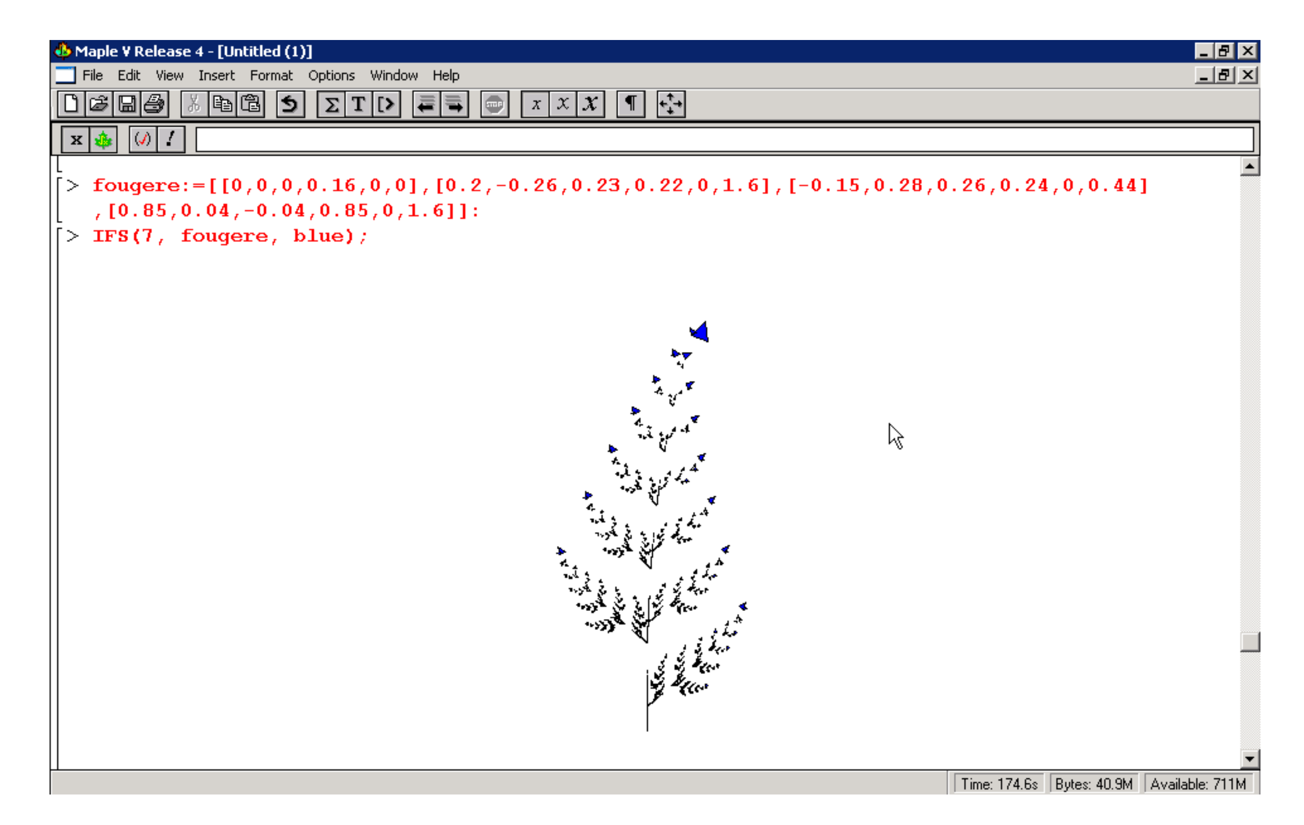
ou pour un flocon:



Ou un "arbre"...:



ou pour finir la fameuse fougère:



Le classique des classiques des fractales à temps d'échappement:

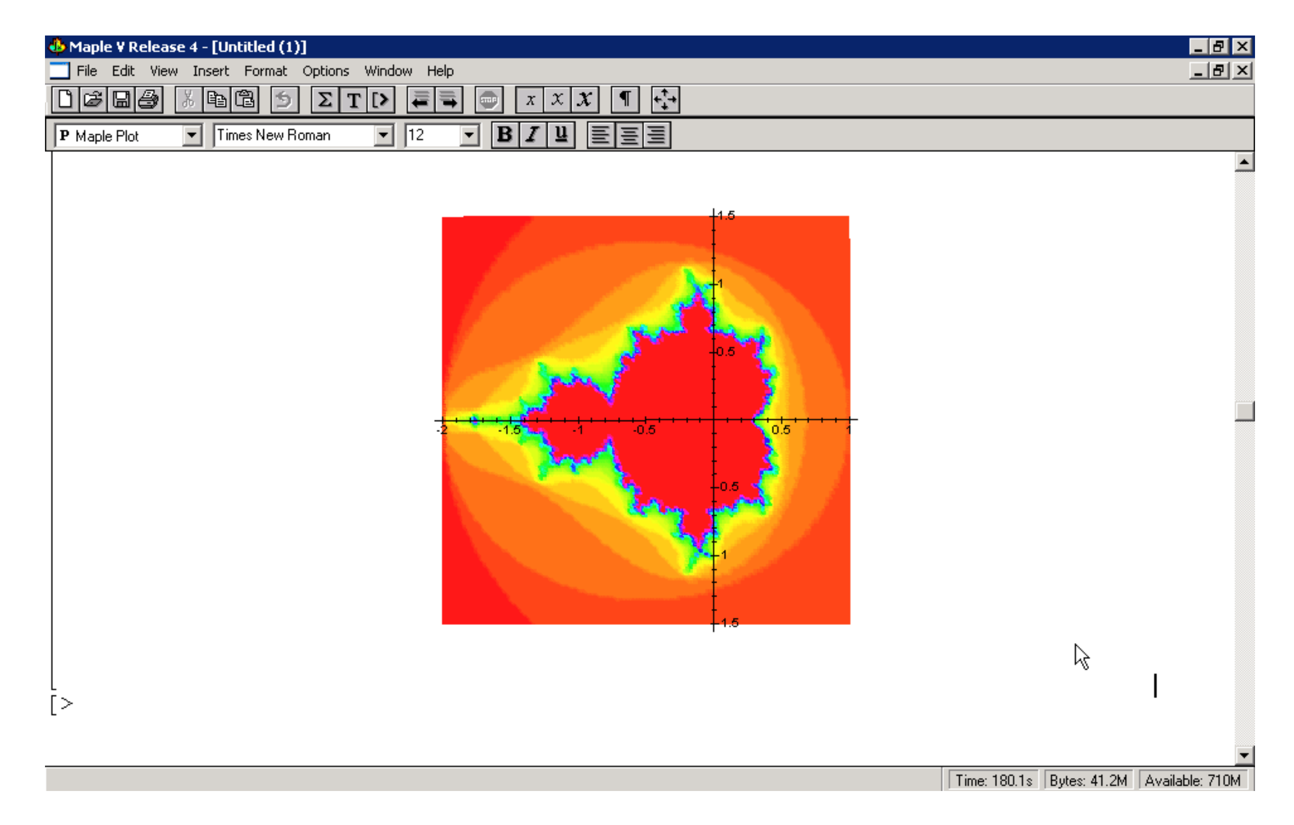
```
Maple V Release 4 - [Untitled (1)]
File Edit View Insert Format Options Window Help

> restart: with(plots):
> couleur:=proc(a,b)
  local x,y,xi,yi,n;
  x:=a;
  y:=b;
  for n from 0 to 30 while evalf(x^2+y^2) < 4 do;
     xi:=evalf(x^2-y^2+a);
     yi:=evalf(2*x*y+b);
     x:=xi;
     y:=yi;
  od;
  n
  end:
> plot3d(0,-2..1,-1.5..1.5,orientation=[-90,0],style=patchnogrid,
  scaling=constrained,axes=framed,numpoints=20000,color=couleur);

>

Time: 177.7s   Bytes: 41.2M   Available: 714M
```

Ce qui donnera:



Ou l'autre grand classique qu'est l'ensemble de Julia:

Maple V Release 4 - [Untitled (1)]

File Edit View Insert Format Options Window Help

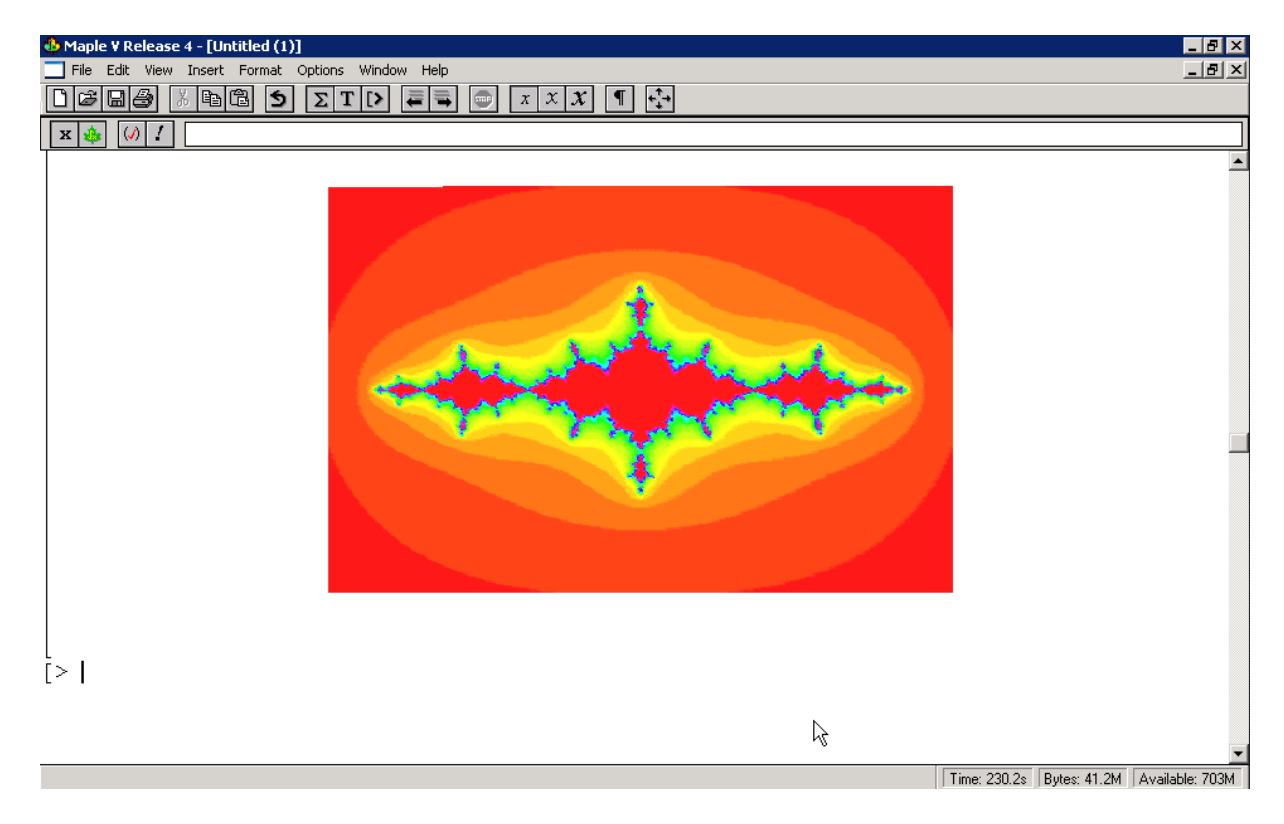
```
> restart; with(plots):
  julia:= proc(c,x, y)local z, m;
  z:= evalf(x+y*I);
  for m from 0 to 30 while abs(z) < 3 do
     z:= z^2 + c
     od;
     m
  end:

  J:= proc(d)
  global phonyvar;
  phonyvar:= d;
  (x, y) -> julia(phonyvar, x, y)
  end:

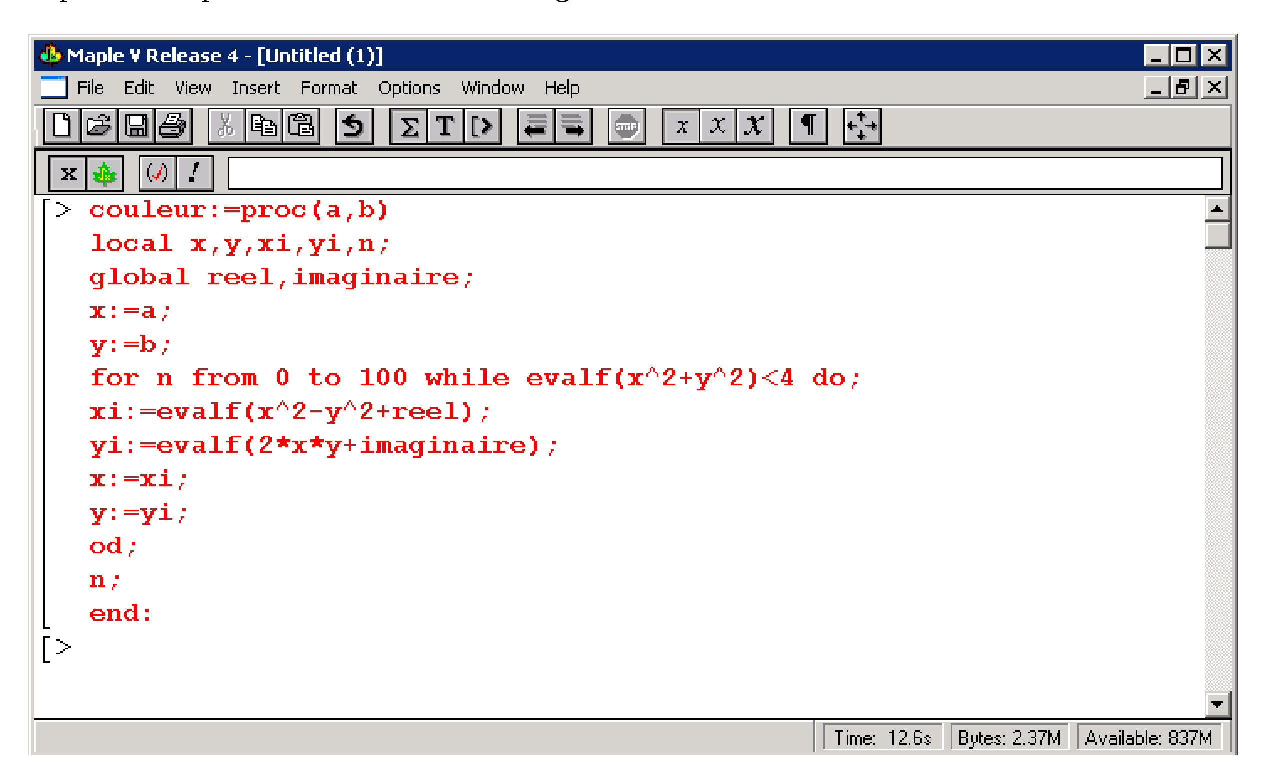
  plot3d(0, -2 .. 2, -1.3 ..1.3, style=patchnogrid,orientation=[-90,0],
  grid=[270, 270],scaling=constrained, color=J(-1.25));
```

Time: 230.2s | Bytes: 41.2M | Available: 708M

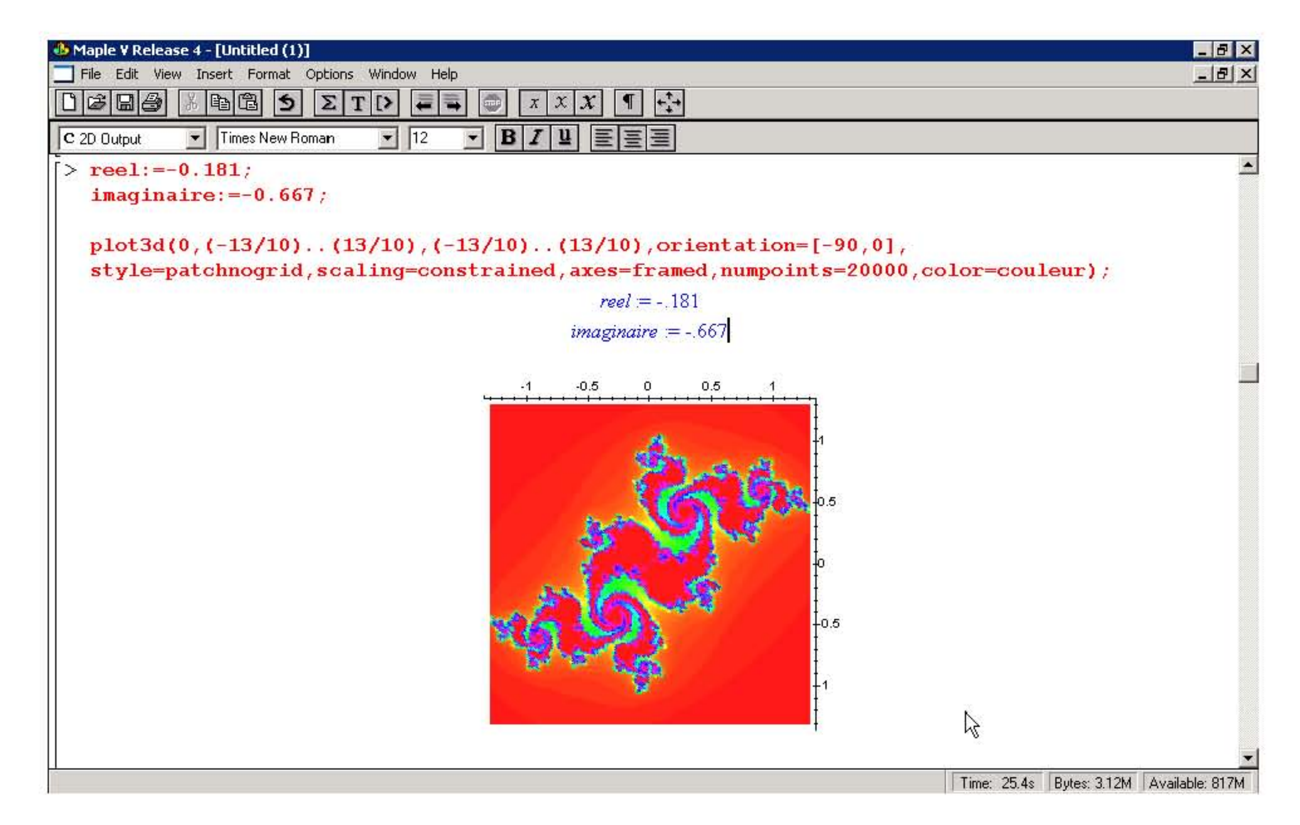
Ce qui donnera:



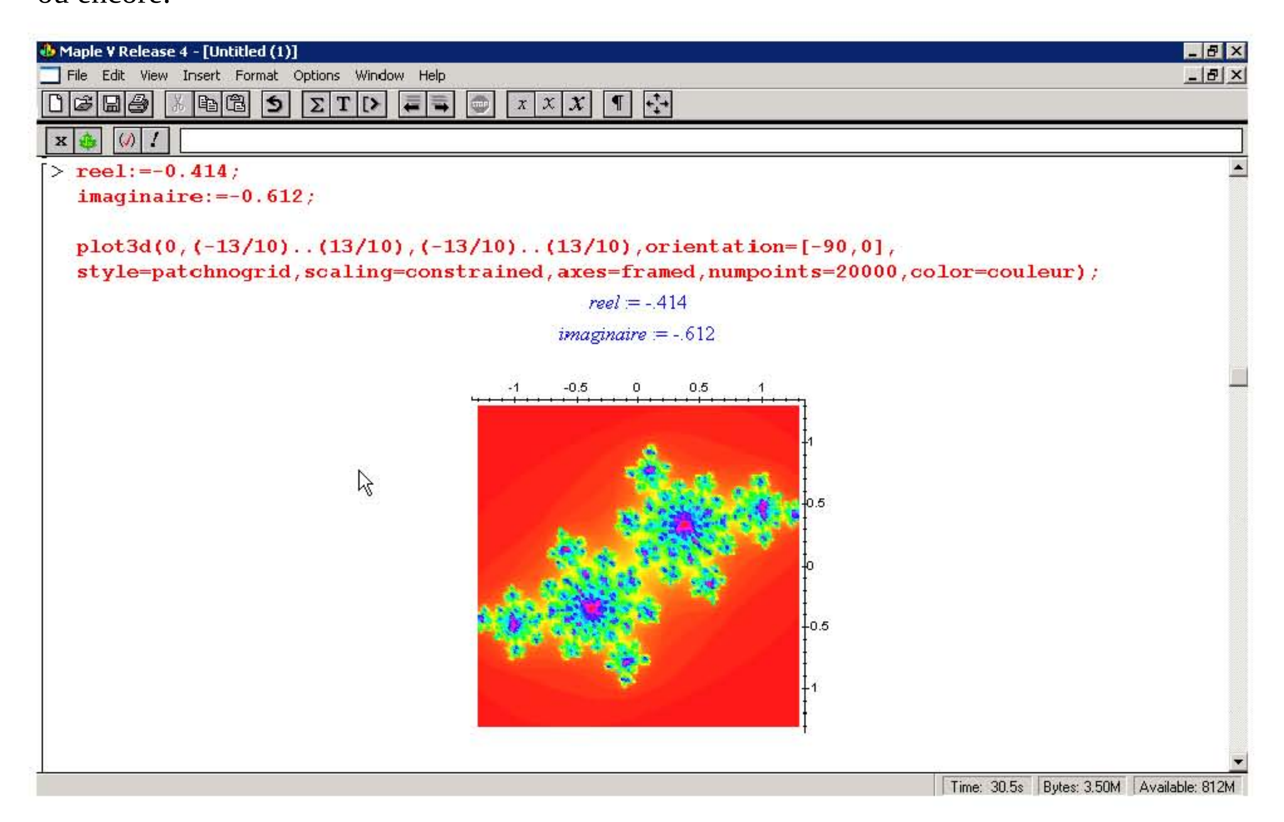
Nous devons donc pouvoir écrire un unique algorithme (voir plus bas) qui permette d'obtenir tous les ensembles de Julia à partir du fractale de Mandelbrot en choisissant simplement bien le point de départ comme le montre les figures ci-dessous:



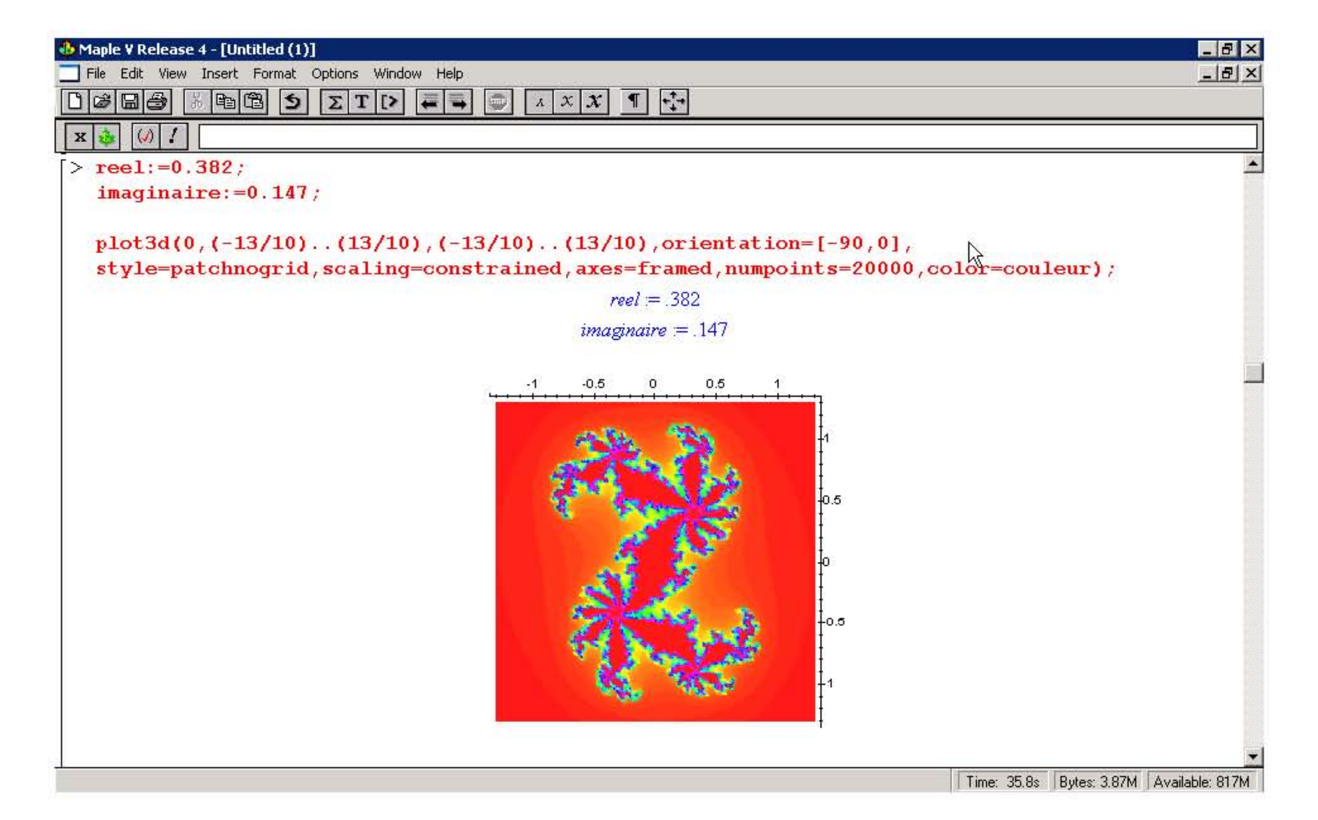
Ce qui donne pour quelques valeurs particulières de *a* et *b*:



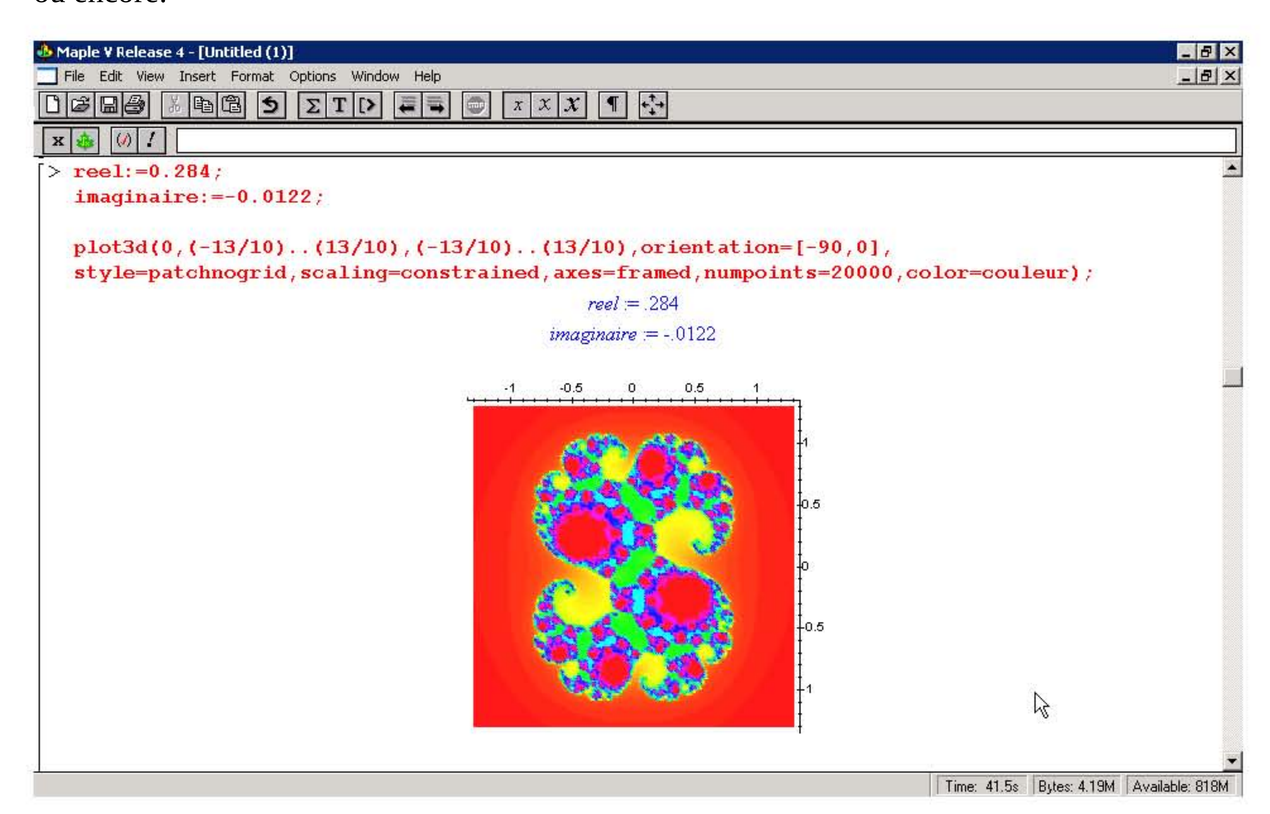
ou encore:



ou encore:


Maple V Release 4 - [Untitled (1)]
File Edit View Insert Format Options Window Help
> reel:=0.382;
imaginaire:=0.147;
plot3d(0,(-13/10)..(13/10),(-13/10)..(13/10),orientation=[-90,0],
style=patchnogrid,scaling=constrained,axes=framed,numpoints=20000,color=couleur);
reel := .382
imaginaire := .147
Time: 35.8s Bytes: 3.87M Available: 817M

ou encore:


Maple V Release 4 - [Untitled (1)]
File Edit View Insert Format Options Window Help
> reel:=0.284;
imaginaire:=-0.0122;
plot3d(0,(-13/10)..(13/10),(-13/10)..(13/10),orientation=[-90,0],
style=patchnogrid,scaling=constrained,axes=framed,numpoints=20000,color=couleur);
reel := .284
imaginaire := -.0122
Time: 41.5s Bytes: 4.19M Available: 818M

Chapitre: Cryptographie

Application de l'algorithme RSA:

Maple V Release 4 - [Untitled (1)]

File Edit View Insert Format Options Window Help

```
> #initialisation du générateur aléatoire de Maple 4.00b
  randomize():
  #définition de la taille souhaitée du modulus (c'est un nombre pair)
  t:=30:
  #génération de deux entiers de t/2 bits
  x:=rand(2^(t/2-1)..2^(t/2))();y:=rand(2^(t/2-1)..2^(t/2))();
  #calcul des nombres premiers qui suivent
  p:=nextprime(x);q:=nextprime(y);
  #modulus public de la clé RSA
  n:=p*q;
  phi:=(p-1)*(q-1);
  #on choisit a empiriquement
  a:=65537;
  #on vérifie qu'il est premier avec phi
  igcd(a,phi);
  #on calcule l'inverse de a modulo phi
  x:=1/a mod phi;
  #on choisit un message comme étant 1234
  m:=1234;
  # on code
  c:=m&^a mod n;
  # on décode
  c&^x mod n;
```

Time: 4.3s Bytes: 1.56M Available: 855M

ce qui donne:

Maple V Release 4 - [Untitled (1)]

File Edit View Insert Format Options Window Help

$x := 21151$

$y := 19512$

$p := 21157$

$q := 19531$

$n := 413217367$

$\phi := 413176680$

$a := 65537$

1

$x := 153337553$

$m := 1234$

$c := 78693876$

1234

Time: 4.3s Bytes: 1.56M Available: 856M

Section: Mathématiques Sociales

Chapitre: Dynamique des populations

Arbre de Feigenbaum du modèle logistique:

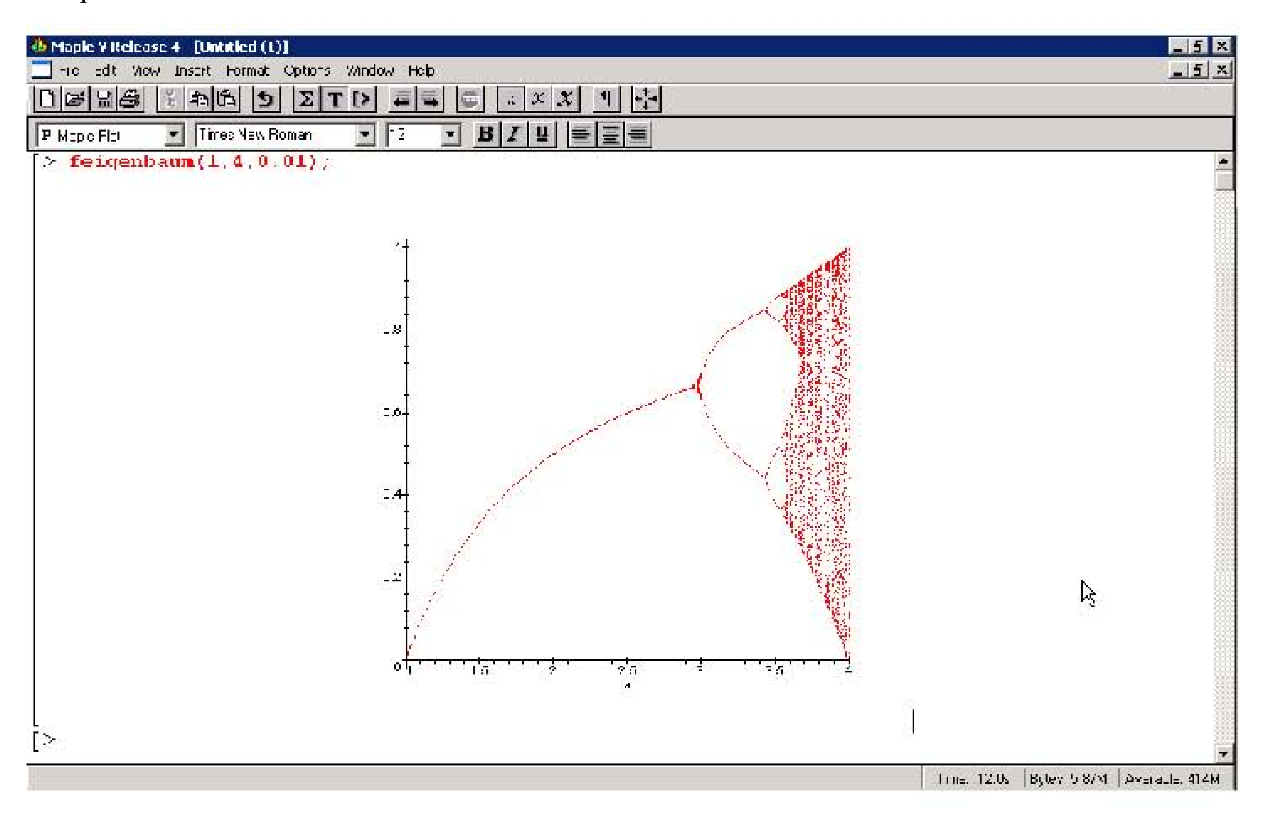
Maple V Release 4 - [Untitled (1)]

File Edit View Insert Format Options Window Help

```
> with(plots): with(plottools);
  feigenbaum:=proc(début,fin,pas) local k,itéré,a,b,s;
  s:={}; a:=début;
  while a<=fin do itéré:=0.1;
  for k to 50 do itéré:=a*itéré*(1-itéré) od;
  for k to 100 do itéré:=a*itéré*(1-itéré);
  s:=s union {[a,evalf(itéré,4)]};
  od;
  a:=a+pas
  od;
  plot([op(s)],'a'=début..fin,style=POINT,symbol=POINT)
  end:
>
```

Time: 5.3s | Bytes: 5.44M | Available: 404M

Ce qui donne:



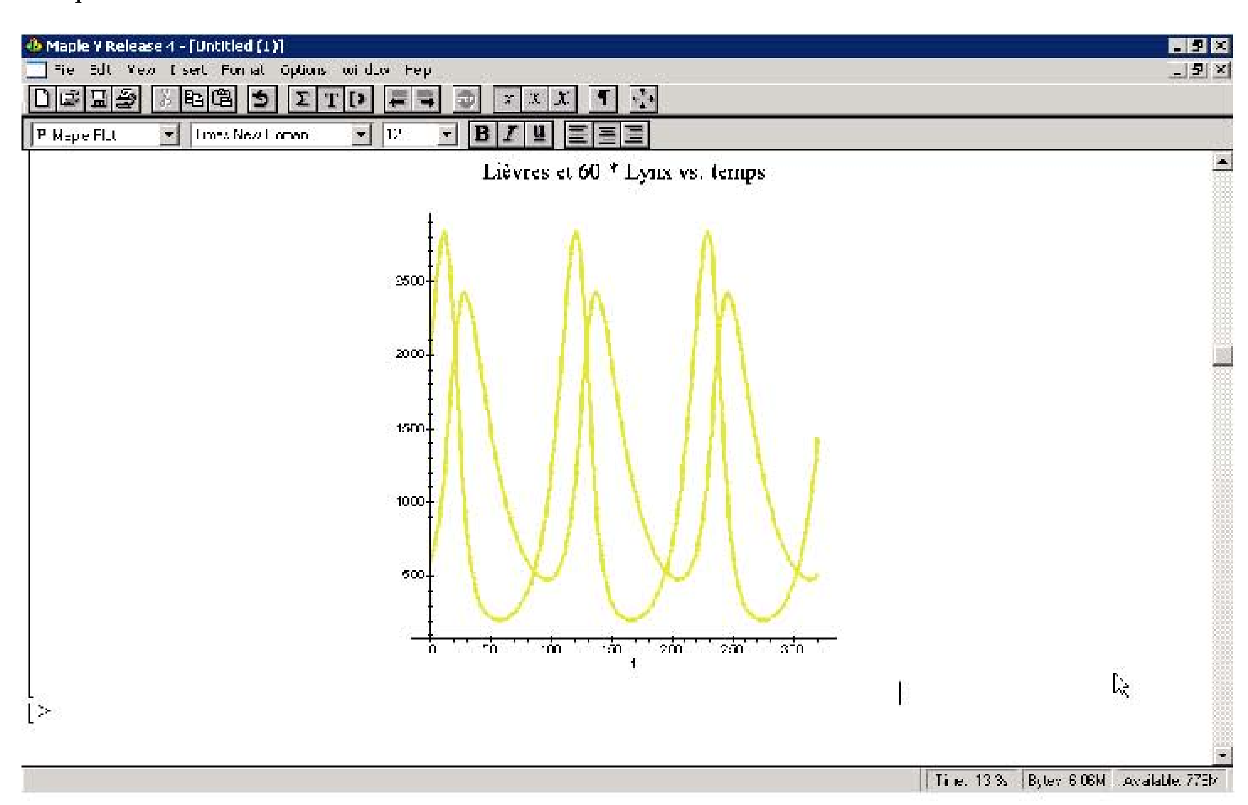
Modèle proies-prédateurs de Lotka-Volterra:

Maple V Release 4 - [Untitled (1)]

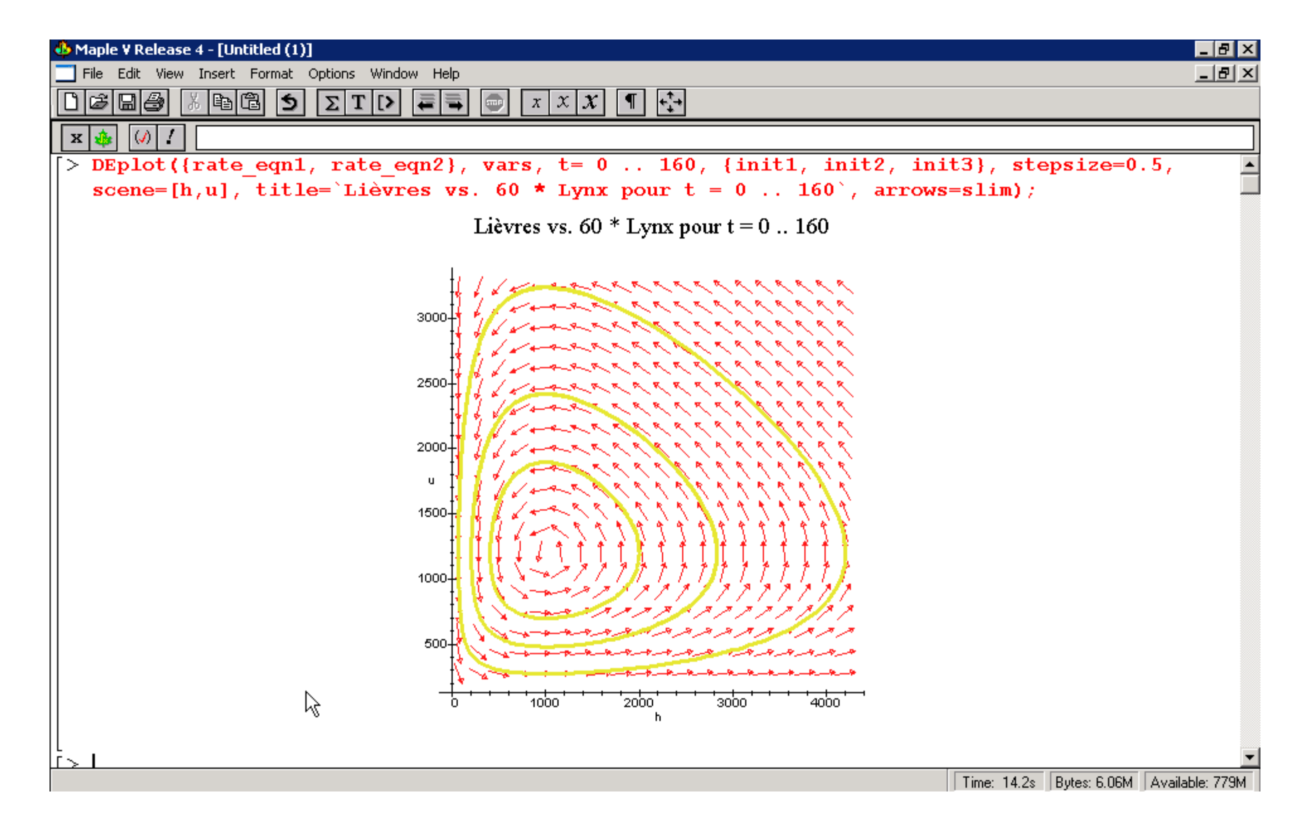
```
> restart: with(plots): with(DEtools):
  rate_eqn1:= diff(h(t),t)=(0.1)*h-(0.005)*h*(1/60)*u;
  rate_eqn2:=diff(u(t),t)=(0.00004)*h*u-(0.04)*u;vars:= [h(t),
  u(t)];
  init1:=[h(0)=2000,u(0)=600]; init2:=[h(0)=2000,u(0)=1200];
  init3:=[h(0)=2000, u(0)=3000];domain := 0 .. 320;
  L:= DEplot({rate_eqn1, rate_eqn2}, vars, domain,{init1 },
  stepsize=0.5, scene=[t, u], arrows=NONE):
  H:= DEplot({rate_eqn1, rate_eqn2}, vars, domain,{init1 },
  stepsize=0.5, scene=[t, h], arrows=NONE):
  display({L,H},title="Lièvres et 60 * Lynx vs. temps");
>
```

Time: 12.8s Bytes: 6.06M Available: 423M

Ce qui donne:



ou encore:



Chapitre: Économie

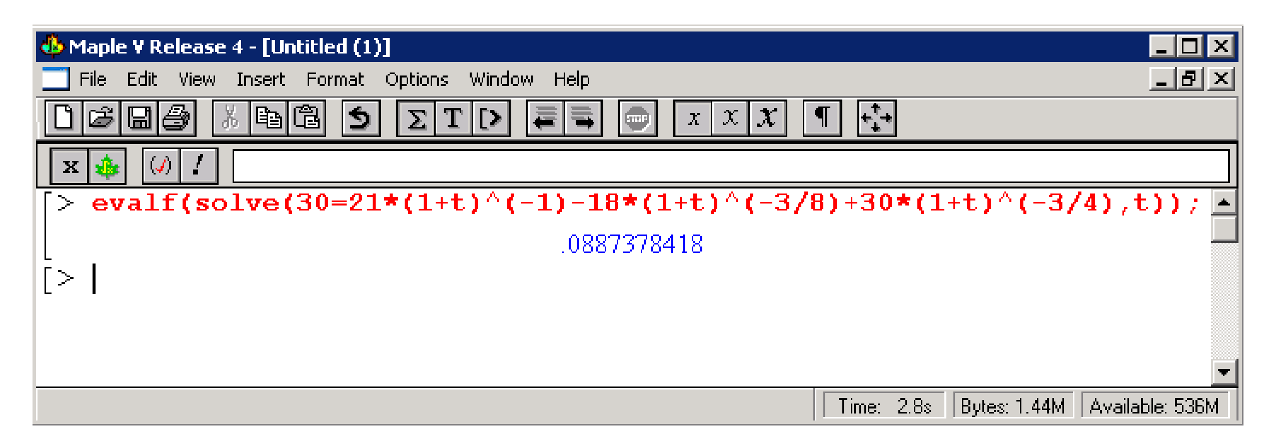
Calcul du taux du MWWR (Money Weighted Rate of Return) avec les informations suivantes:

- Valeur au 1er Janvier 2006: 30 MFr.-

- Investissement dans le fonds au 3/8ème de l'année: 18 MFr.-

- Retraits sur le fonds au ¾ de l'année: 30 MFr.-

- Valeur du fonds au 31 décembre 2006: 21 MFr.



Résolution de l'équation du deuxième degré suivante pour déterminer dans la modèle de Markowitz pour déterminer l'ordonnée à l'origine de la tangente de la frontière efficiente au point choisi (et in extenso sa pente):

Maple V Release 4 - [Untitled (1)]

File Edit View Insert Format Options Window Help

```
> a:=18.795:b:=-8.3892:c:=0.9384:
  f:=a*(((-d/0.22)-b)/(2*a))^2+b*(((-d/0.22)-b)/(2*a))+c=(-d/0.22)*(
  ((-d/0.22)-b)/(2*a))+d:
  solve(f,d);
```

-.06822748631, .1207634890

Time: 3.2s | Bytes: 1.56M | Available: 536M

Calcul de la limite de la probabilité de non-arbitrage du modèle binomial de CRR:

Maple V Release 4 - [Untitled (1)]

File Edit View Insert Format Options Window Help

```
> p:=(taylor(exp(x),x=0,3)-taylor(exp(-y),y=0,3))/(taylor(exp(y),y=0,3)-taylor(exp(-y),y=0,3));
```

$$p := \frac{\left(1+x+\frac{1}{2}x^2+O(x^3)\right)-\left(1-y+\frac{1}{2}y^2+O(y^3)\right)}{\left(1+y+\frac{1}{2}y^2+O(y^3)\right)-\left(1-y+\frac{1}{2}y^2+O(y^3)\right)}$$

```
> x:=r*T/N;y:=-sigma*sqrt(T/N);
```

$$x := \frac{r\,T}{N}$$

$$y := -\sigma\sqrt{\frac{T}{N}}$$

```
> limit(sqrt(N)*(p-1/2),N=infinity);
```

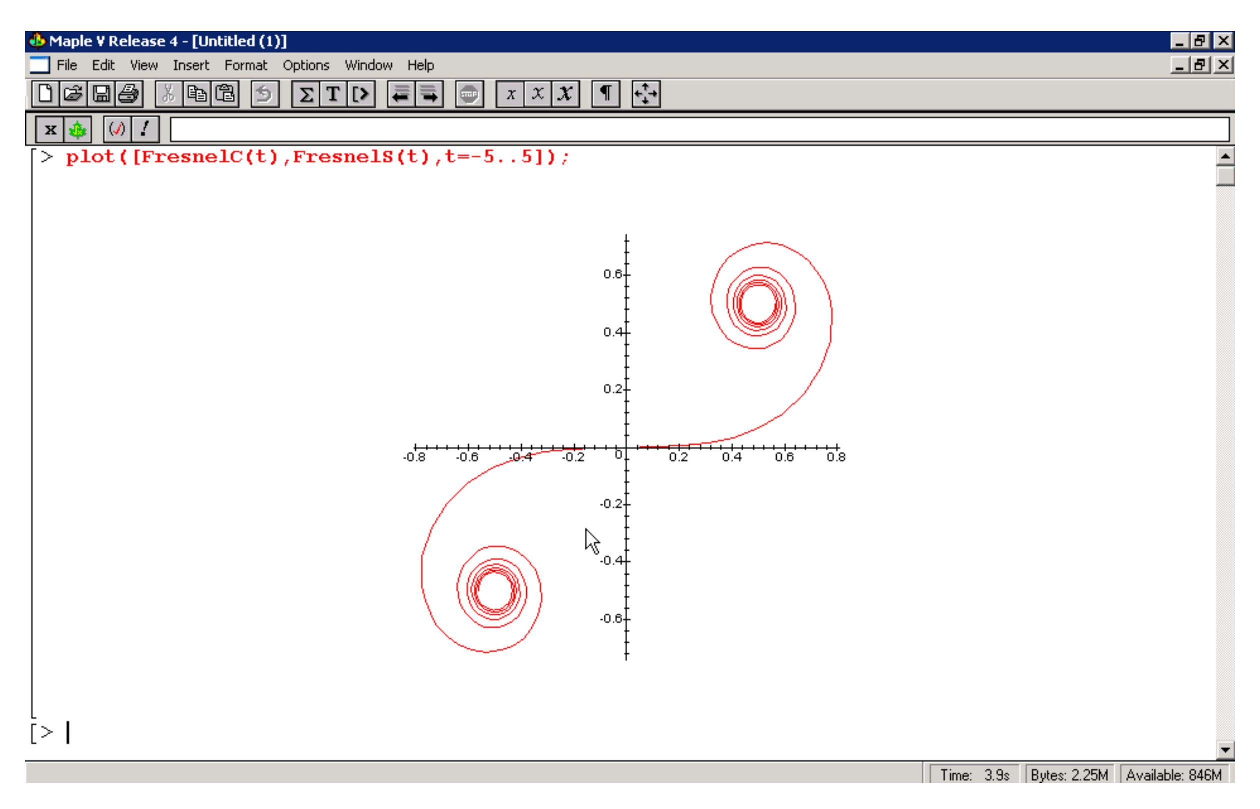
$$-\frac{1}{4}\frac{\sqrt{T}\,(2\,r-\sigma^2)}{\sigma}$$

Time: 0.3s | Bytes: 1.44M | Available: 334M

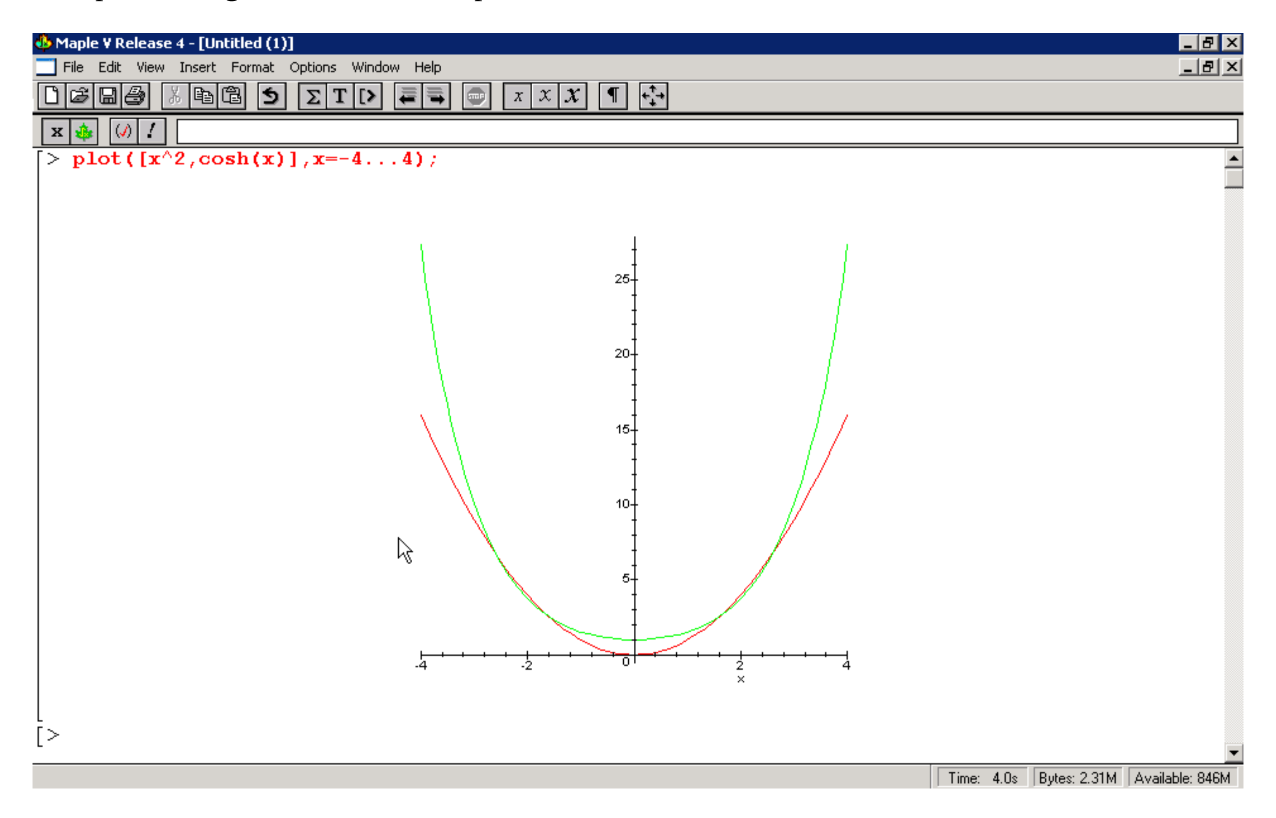
Section: Ingénierie

Chapitre: Génie Civil

Plot de l'intégrale de Fresnel pour la spirale de Cornu (un véhicule suivant ce tracé à une vitesse constante subit une accélération angulaire constante):



Comparaisons grossière entre une parabole une chaînette:



Résolution d'un système pour déterminer une chaînette particulière:

```
Maple V Release 4 - [Untitled (1)]
File Edit View Insert Format Options Window Help

> e1:=0=k*cosh(-9/k+c1)+c2;
  e2:=10=k*cosh(9/k+c1)+c2;
  e3:=38=k*(sinh(9/k+c1)-sinh(-9/k+c1));
  fsolve({e1,e2,e3},{k,c1,c2},{k=0..infinity});
```

$$e1 := 0 = k\cosh\left(-\frac{9}{k}+c1\right)+c2$$

$$e2 := 10 = k\cosh\left(\frac{9}{k}+c1\right)+c2$$

$$e3 := 38 = k\left(\sinh\left(\frac{9}{k}+c1\right)-\sinh\left(-\frac{9}{k}+c1\right)\right)$$

$$\{k = 4.073758798, c1 = .2694982504, c2 = -14.46356329\}$$

```
>
Time: 4.4s   Bytes: 2.31M   Available: 846M
```

Chapitre: Génie Industriel

Exemple du calcul du PPM Six Sigma avec un processus centré limite capable:

```
Maple V Release 4 - [Untitled (1)]
File Edit View Insert Format Options Window Help

> evalf((1-1/sqrt(2*Pi)*int(exp(-x^2/2),x=-infinity..3.9))*2)*1E6;
                                 96.193
>
Time: 4.8s   Bytes: 2.31M   Available: 847M
```

Même calcul mais avec un procédé décentré de 3.9 sigma:

Maple V Release 4 - [Untitled (1)]

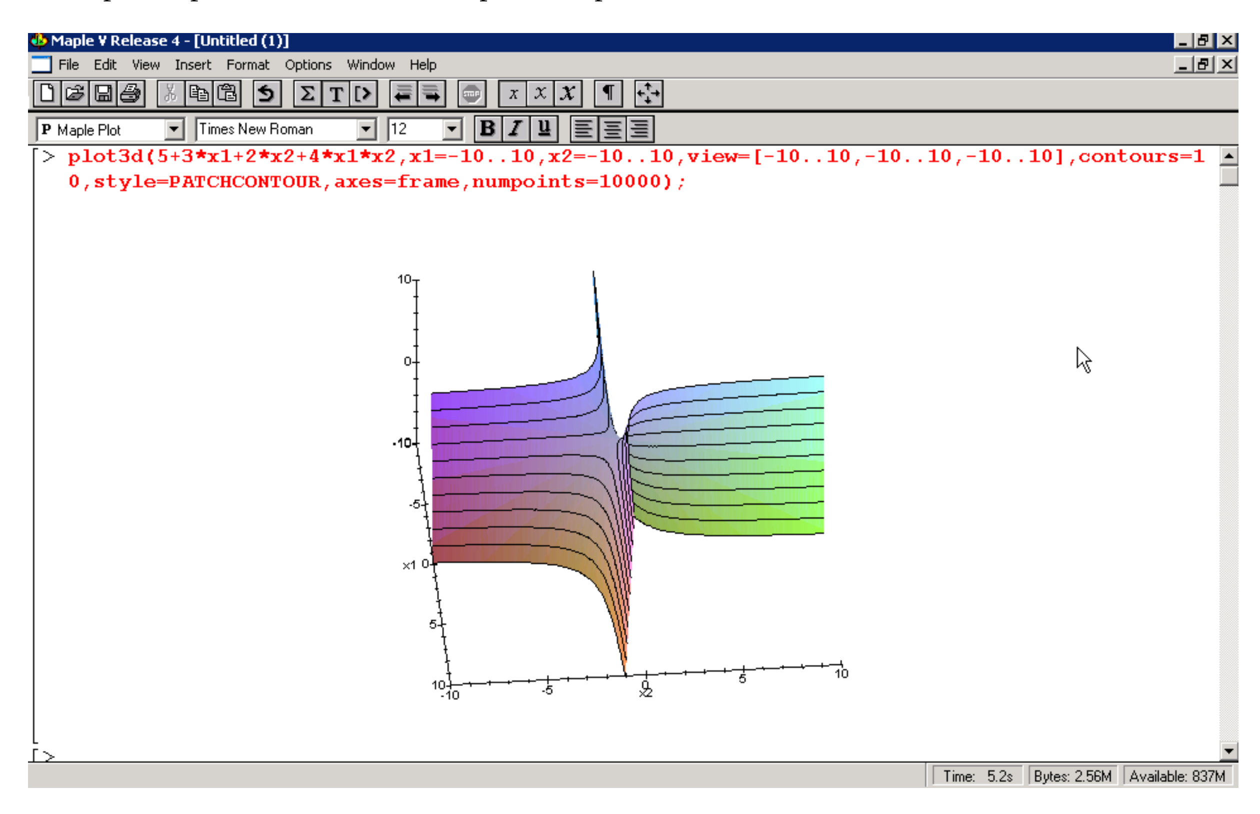
File Edit View Insert Format Options Window Help

```
> evalf((1-1/sqrt(2*Pi)*int(exp(-(x-1.5)^2/2),x=-infinity..(1.3*3))))*1E6+evalf((1/sqrt(2*Pi)*int(exp(-(x-1.5)^2/2),x=-infinity..-(3*(1.3+1)))))*1E6;
```

8197.5360

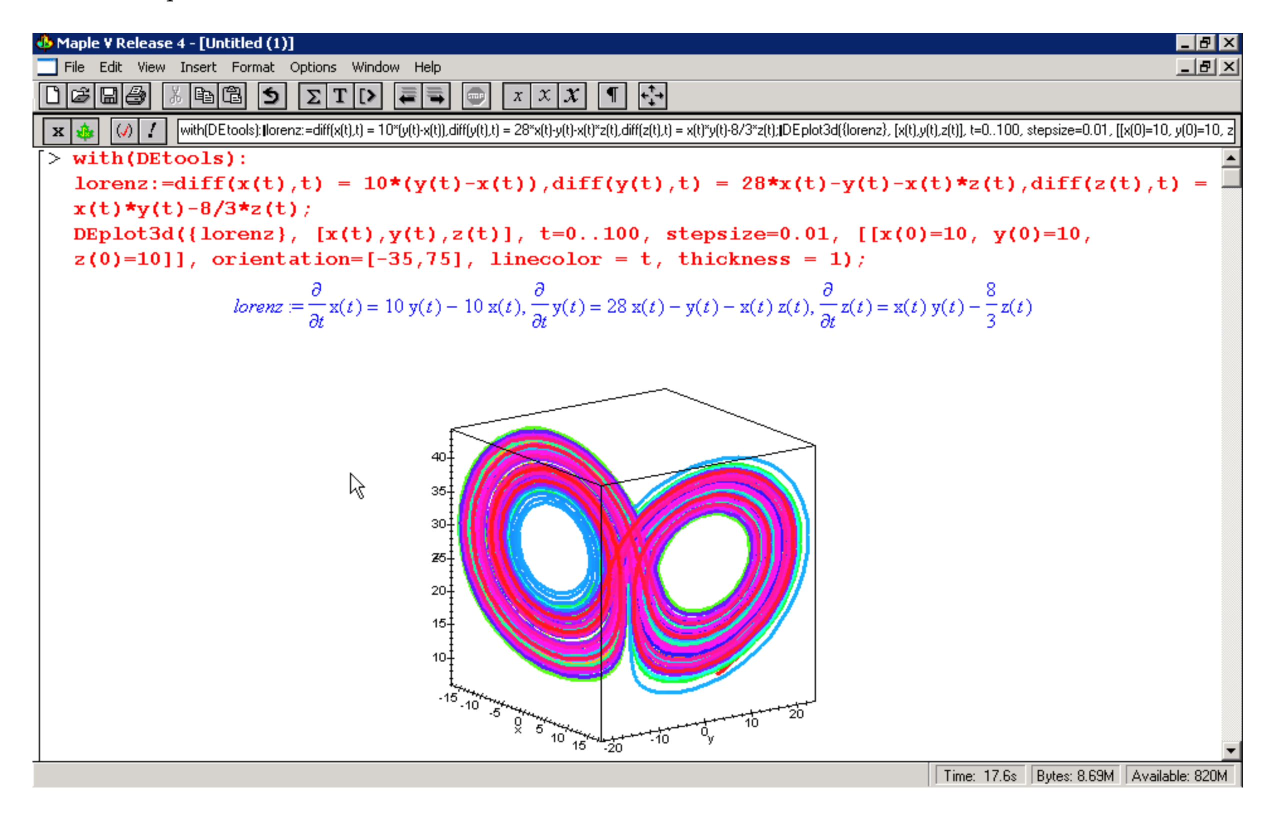
Time: 4.8s Bytes: 2.31M Available: 847M

Exemple du plot de la surface d'un plan d'expérience à deux variables avec interactions:



Chapitre: Génie Météo

Plot des équations de Lorenz:



Plot que de la variable *x* du modèle avec une toute petite variation en *y*:

